Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1999
Merkblatt 1
11. Mai 1999

Praktikum Diskrete Optimierung
Problembeschreibung

1 Hintergrund: Das B-WiN

Informationen von Volker Fischer, Lehrstuhl Prof. Jessen

Das Breitband Wissenschaftsnetz *B-WiN* des DFN-Vereins verbindet alle deutschen Universitäten, sowie einen großen Teil anderer deutscher Forschungseinrichtungen (Frauenhofer-Institute, etc). Träger (neudeutsch: Carrier) dieses bis zu 155 MBit/s schnellen Netzes ist das ATM-Crossconnect der Deutschen Telekom.
Das B-WiN ist mit ca. 700 000 (!) Endnutzern das weltweit größte private Hochgeschwindigkeitsnetz auf Basis der ATM-Technologie mit derzeit sechsundfünfzig 34 MBit/s- und zehn 155 MBit/s-Zugangsleitungen zum Backbone, über die die Anschlüsse für ca. 400 Einrichtungen realisiert sind.
Gegenwärtig laufen Projekte (unter anderem an der TU München am Lehrstuhl Prof. Jessen), die sich damit beschäftigen, wie das B-WiN auf die zukünftigen Anforderungen durch gestiegene Bandbreiten und neue Dienste mit erhöhten Qualitätsanforderungen (z. B. Echtzeitübertragung von Videodaten, Internet-Telephonie) angepaßt werden kann. Dabei sind auch Algorithmen zur Netzplanung von Interesse, mit denen wir uns im Rahmen dieses Praktikums beschäftigen werden.

2 Modellierung des Problems

Bevor wir uns um geeignete Optimierungsalgorithmen kümmern, müssen wir das Problem formalisieren. Wir verwenden dabei folgendes Modell:

- Das Netzwerk entspricht einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$.
- Die Knoten sind in einer Ebene angeordnet und besitzen *Koordinaten* $x(v)$ und $y(v)$.
- Jedem ungerichteten Knotenpaar $\{v, w\}$ mit $v, w \in V$ wird ein *Verkehrsaufkommen* $t(v, w)$ zugeordnet. Da die Reihenfolge der Knoten keine Rolle spielt, gilt $t(v, w) = t(w, v)$. Es wird also angenommen, daß das Verkehrsaufkommen in beide Richtungen gleich groß ist.

- Den Kanten werden *Leitungsarten* $l(e)$ für $e \in E$ zugeordnet. Dabei sind nur drei verschiedene Arten erlaubt, d. h. $l(e) \in \{0, 1, 2, 3\}$. Den Leitungsarten entsprechen *Bandbreiten* $b(e) \in \{155, 622, 2400\ [\text{MBit}]\}$. Dabei gilt folgende Zuordnung:

$l(e)$	0	1	2	3
$b(e)$	0	155	622	2400

  Eine Bandbreite von Null bedeutet, daß die Leitung e nicht Bestandteil des Netzes ist.

- Von einem (beliebigen) Knoten v zu einem (beliebigen) Knoten w wird ein *Pfad* $P(v, w) = (v_0, v_1, \ldots, v_k)$ festgelegt. Dabei gilt $v_0 = v$ und $v_k = w$. Alle v_i sind paarweise verschieden. Ferner gilt $k \leq h+1$. Wir betrachten also nur Pfade mit höchstens h Zwischenknoten (*Hops*)[1]. Jedem Pfad $P(v, w)$ entspricht ein Pfad $P(w, v)$ in die Gegenrichtung, bei dem die Knoten in umgekehrter Reihenfolge durchlaufen werden.

- Eine *Lösung* des Problems besteht aus einer Menge von Pfaden, wobei jedem ungerichteten Knotenpaar $\{v, w\}$ ein Pfad $P(v, w)$ zugeordnet wird. Diese Pfade können verschiedene Längen haben, deren Länge jeweils die maximale Anzahl von Hops nicht überschreitet. Beachte: Die Pfade können dennoch unterschiedlich lang sein.

- Der *Wert* einer Lösung ergibt sich aus den notwendigen Leitungskosten, um das Verkehrsaufkommen über die Pfade der Lösung zu routen. Dazu wird für jede Kante das Verkehrsaufkommen aller Pfade summiert, die über diese Kante verlaufen. Also

$$T(e) = \sum_{v,w\,:\,e \in P(v,w)} t(v, w)$$

  Der Kante wird die kleinste Leitungsart zugeordnet, mit der das Gesamtverkehrsaufkommen $T(e)$ bewältigt werden kann. Die Kosten $m(e)$ für eine Leitung $e = \{v, w\}$ berechnen sich durch

$$m(e) = \mathrm{round}(\sqrt{\mathrm{b(e)}} \cdot \mathrm{dist(v, w)}, 2)$$

  wobei $\mathrm{dist}(v, w)$ den euklidischen Abstand zwischen v und w angibt[2]. Die gesamten Kosten M für das Netzwerk berechnen sich durch

$$M = \sum_{e \in E} m(e)$$

- Das *Ziel* der Optimierung besteht darin, eine Lösung mit möglichst kleinem M zu finden, also dem Wert von „$\min M$“ möglichst nahe zu kommen.

[1]Für die Anwendung ist $h = 4$ sinnvoll. Zum Testen können auch kleinere h-Werte verwendet werden

[2]$\mathrm{round(x, i)}$:= runde x auf i Stellen