Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 1999
Merkblatt 5
28. Mai 1999

Praktikum Diskrete Optimierung

Simulated Annealing

1 Schema des Algorithmus

Kurz zusammengefaßt verläuft Simulated Annealing nach folgendem Schema:

T := Starttemperatur;
s := Startlösung;
while not finished **do**
  s' := randomly choosen neighbor;
  if
    val(s′) < val(s) **or**
    random < exp(−(val(s′) − val(s))/T)
  then
    $s := s'$;
  fi
  modify T according to cooling strategy;
od
return s;

2 Starttemperatur

Eine geeignete Starttemperatur wird in der Praxis meist für eine konkrete Eingabe durch Experimente ermittelt. Dazu gibt es folgende interessante Alternative: Angefangen bei einer relativ kleinen Temperatur wird schnell erhitzt, bis „genügend“ viele Änderungen – z.B. 900 von 1000 – übernommen würden. Die so ermittelte Temperatur dient dann als Starttemperatur für das eigentliche Simulated-Annealing. Schnell erhitzen bedeutet, daß in jedem Schritt die Temperatur beispielsweise verdoppelt wird.

3 Kühlung

Als „Schritt“ wird im Folgenden das Erzeugen, Bewerten und Übernehmen / Verwerfen eines zufälligen lokalen Nachbars bezeichnet. Es sind zwei Arten der Kühlung weit verbreitet:

Stufenweise Abkühlung: Bei jeder Temperatur wird eine vorgegebene Anzahl Schritte durchgeführt. Danach wird die Temperatur verringert. Dies rührt von der theoretischen Analyse her. Wenn in jeder Stufe ausreichend viele Schritte durchgeführt werden und die Temperatur langsam genug gekühlt wird, kann garantiert werden, daß das globale Optimum gefunden wird (siehe auch Fotokopien). In der Praxis wird die maximale Anzahl Schritte jedoch wesentlich kleiner gewählt.

Um bei hohen Temperaturen eine schnellere Kühlung zu ermöglichen, wird oft angegeben, wieviele Änderungen maximal pro Stufe übernommen werden sollen, bevor zur nächsten Stufe gesprungen wird.

Die Temperatur wird meist geometrisch verringert, d.h. bei jeder Stufe wird sie mit einem Faktor kleiner 1 (meist zwischen 0.8 und 0.99) multipliziert.

Schrittweise Abkühlung: Nach jedem Schritt unabhängig davon, ob eine Änderung durchgeführt wurde oder nicht, die Temperatur verringern. Hierbei wird meist das Schema $t_{i+1} = t_i/(1 + \beta \cdot t_i)$, mit einer kleinen Konstante β, angewandt. Dies kühlt anfangs schnell und wenn t_i klein wird immer langsamer.

4 Abbruchkriterien

Minimale Temperatur: Das wohl einfachste Kriterium. Meist wird die Temperatur experimentell festgelegt, in den Fotokopien auf S. 9 ist eine theoretische Schranke angegeben.

Akzeptierte Änderungen: Abbrechen, falls bei einer Temperatur-Stufe keine Änderungen übernommen wurden oder diese Anzahl unter einen Schwellenwert fällt.

5 Ergänzungen

Reannealing: siehe Fotokopien S. 10.

Dowslands Methode: Nach jedem Schritt abkühlen oder erhitzen. Falls eine Änderung übernommen wurde, wird mit $t_{i+1} = t_i/(1+\beta \cdot t_i)$ gekühlt, ansonsten ist $t_{i+1} = t_i/(1-\gamma \cdot t_i)$. Wenn $\beta = k \cdot \gamma$ ist, pendelt sich die Temperatur auf ein Niveau ein, bei dem im Schnitt für jede übernommene Änderung k Stück verworfen werden. Motivation: im mittlerem Temperaturbereich geschieht am meisten (Temperatur hoch = Random-Walk, Temperatur niedrig = Hill-Climbing).