Ziehen von $k = 2$ Elementen aus einer Menge mit $n = 3$ Elementen

	geordnet	ungeordnet
mit Zurücklegen	$(1,1),(1,2),(1,3)$ $(2,1),(2,2),(2,3)$ $(3,1),(3,2),(3,3)$	$\{1,1\},\{1,2\},\{1,3\}$ $\{2,2\},\{2,3\},\{3,3\}$
ohne Zurücklegen	$(1,2),(1,3),(2,1)$ $(2,3),(3,1),(3,2)$	$\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\}$

Bijektion für $n = 3$ und $k = 3$

$\{1,1,1\}$	$\star\star\star\,\|\,\|$
$\{1,1,2\}$	$\star\star\,\|\,\star\,\|$
$\{1,1,3\}$	$\star\star\,\|\,\|\,\star$
$\{1,2,2\}$	$\star\,\|\,\star\star\,\|$
$\{1,2,3\}$	$\star\,\|\,\star\,\|\,\star$
$\{1,3,3\}$	$\star\,\|\,\|\,\star\star$
$\{2,2,2\}$	$\|\,\star\star\star\,\|$
$\{2,2,3\}$	$\|\,\star\star\,\|\,\star$
$\{2,3,3\}$	$\|\,\star\,\|\,\star\star$
$\{3,3,3\}$	$\|\,\|\,\star\star\star$

Ziehen von k Elementen aus einer n-elementige Menge

Anzahl Möglichkeiten

	geordnet	ungeordnet
mit Zurücklegen	n^k	$\binom{n+k-1}{k}$
ohne Zurücklegen	$n^{\underline{k}}$	$\binom{n}{k}$

Summenregel. Die Anzahl Elemente einer Menge S , die als *disjunkte* Vereinigung von Mengen S_i geschrieben werden kann, ist gleich der Summe der Anzahl der Elemente der Mengen S_i. Formal schreibt man:

$$S = \biguplus_{i \in I} S_i \quad \Longrightarrow \quad |S| = \sum_{i \in I} |S_i|.$$

Produktregel. Für die Kardinalität des kartesische Produkts gilt:

$$S = \bigtimes_{i \in I} S_i \quad \Longrightarrow \quad |S| = \prod_{i \in I} |S_i|.$$

Gleichheitsregel. Zwei (endliche) Mengen S und T enthalten genau dann gleich viele Elemente wenn es eine Bijektion $f : S \to T$ gibt:

$$\exists \text{Bijektion} f : S \to T \quad \Longleftrightarrow \quad |S| = |T|.$$

Doppeltes Abzählen. Sei $M = (m_{ij})$ eine $n \times m$ Matrix, derer Einträge 0 oder 1 sind. Dann gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} \langle \text{Anzahl Einsen in } i \text{ter Zeile} \rangle = \sum_{j=1}^{m} \langle \text{Anzahl Einsen in } j \text{ter Spalte} \rangle.$$