Summenregel. Die Anzahl Elemente einer Menge S , die als *disjunkte* Vereinigung von Mengen S_i geschrieben werden kann, ist gleich der Summe der Anzahl der Elemente der Mengen S_i. Formal schreibt man:

$$S = \biguplus_{i \in I} S_i \quad \Longrightarrow \quad |S| = \sum_{i \in I} |S_i|.$$

Produktregel. Für die Kardinalität des kartesische Produkts gilt:

$$S = \bigtimes_{i \in I} S_i \quad \Longrightarrow \quad |S| = \prod_{i \in I} |S_i|.$$

Gleichheitsregel. Zwei (endliche) Mengen S und T enthalten genau dann gleich viele Elemente wenn es eine Bijektion $f : S \to T$ gibt:

$$\exists \text{Bijektion} f : S \to T \quad \Longleftrightarrow \quad |S| = |T|.$$

Doppeltes Abzählen. Sei $M = (m_{ij})$ eine $n \times m$ Matrix, derer Einträge 0 oder 1 sind. Dann gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} \langle \text{Anzahl Einsen in } i \text{ter Zeile} \rangle = \sum_{j=1}^{m} \langle \text{Anzahl Einsen in } j \text{ter Spalte} \rangle.$$

10	5	8	14	$\boxed{17}$
3	9	$\boxed{11}$	5	16
$\boxed{8}$	17	16	4	1
11	1	2	$\boxed{10}$	9
14	$\boxed{3}$	4	12	2

Binomische Formel

BSP: $A = \{a, b, c\},\ B = \{1, 2\},\ n = 2$

$$\left.\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{array}\right\} \quad i = 0 : \quad \binom{2}{0} \cdot 3^0 \cdot 2^2 = 4$$

$$\left.\begin{array}{cc} a & 1 \\ b & 1 \\ c & 1 \\ a & 2 \\ b & 2 \\ c & 2 \\ 1 & a \\ 1 & b \\ 1 & c \\ 2 & a \\ 2 & b \\ 2 & c \end{array}\right\} \quad i = 1 : \quad \binom{2}{1} \cdot 3^1 \cdot 2^1 = 12$$

$$\left.\begin{array}{cc} a & a \\ a & b \\ a & c \\ b & a \\ b & b \\ b & c \\ c & a \\ c & b \\ c & c \end{array}\right\} \quad i = 2 : \quad \binom{2}{2} \cdot 3^2 \cdot 2^0 = 9$$

Pascalsches Dreieck

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc}
 & & & & & & & 1 & & & & & & & \\
 & & & & & & 1 & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & & \\
 & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 & \\
1 & & 7 & & 21 & & 35 & & 35 & & 21 & & 7 & & 1
\end{array}
$$

Rekursion:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} \qquad (n, k > 0)$$