Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1999/2000
Übungsblatt 1
9. Nov. 1999

Diskrete Strukturen I

Aufgabe 1

Markieren Sie die richtigen Aussagen:

☐ $A \iff ((B \Rightarrow A) \wedge (\neg B \Rightarrow A))$ ☐ $(A \Rightarrow B) \Leftarrow (\neg A \vee B)$

Aufgabe 2

Der Satz: *Angenommen, alle natürlichen Zahlen sind gerade. Dann liegt München in Frankreich.*

☐ stimmt ☐ stimmt nicht.

Tutoraufgabe 1

Beweisen Sie: In einer Gruppe von 10 Personen gibt es entweder 3, die sich gegenseitig kennen, oder 4, die sich gegenseitig nicht kennen.

Tutoraufgabe 2

Sei X eine Menge und $\mathcal{F}(X)$ die Menge aller Funktionen von X nach X. Beweisen Sie, dass man injektive und surjektive Funktionen folgendermaßen charakterisieren kann:

(i) $f \in \mathcal{F}(X)$ ist genau dann surjektiv, wenn

$$(\forall g_1, g_2 \in \mathcal{F}(X))(g_1 f = g_2 f \Rightarrow g_1 = g_2)$$

(ii) $f \in \mathcal{F}(X)$ ist genau dann injektiv, wenn

$$(\forall g_1, g_2 \in \mathcal{F}(X))(f g_1 = f g_2 \Rightarrow g_1 = g_2)$$

Hausaufgabe 1

Wir betrachten eine Folge natürlicher Zahlen gegeben durch die Vorschrift: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, für $n \geq 0$. Zeigen Sie, dass für alle $n \geq 0$ gilt $F_{n+2} \geq 1.6^n$.

Hinweis: Verwenden Sie eine alternative Formulierung des Induktionsprinzips in der Form:

$$(\forall n \in \mathbb{N})(P(n)) \iff P(1) \wedge (\forall n \in \mathbb{N})((\forall m \leq n)(P(m)) \Rightarrow P(n+1))$$

Überlegen Sie sich, warum diese Äquivalenz gilt.

Hausaufgabe 2

Zeigen Sie, dass die Menge aller Primzahlen unendlich ist. Nehmen Sie an, sie würde nur aus endlich vielen Zahlen $\{p_1, \ldots, p_n\}$ bestehen. Führen Sie diese Annahme zum Widerspruch, indem Sie zeigen, dass es eine Primzahl q mit

$$\max\{p_1, \ldots, p_n\} + 1 \leq q \leq \prod_1^n p_i + 1$$

geben muß.