Diskrete Strukturen I

Abgabetermin	Computeraufgaben:	Freitag, 4. Februar 2000
	Hausaufgaben:	Mittwoch, 9. Februar 2000

Tutoraufgabe 1

(a) Finden Sie alle Untergruppen der Permutationsgruppe S_3.

(b) Für welche $n \in \mathbb{N}$ gibt es Elemente in S_3 mit Ordnung n? Geben Sie solche Elemente an.

(c) Sei H die kleinste Untergruppe von S_3 die (123) und (132) enthält. Besitzen die Nebenklassen bzgl. H eine Gruppenstruktur? Wenn ja, geben Sie S_3/H explizit an.

Tutoraufgabe 2

Seien $G = (S, \circ)$ und $H = (T, \bullet)$ zwei Gruppen. Definieren Sie, falls möglich, eine Gruppenstruktur auf $S \times T$.

Hausaufgabe 1 (10 Punkte)

Sei $A = \langle S, \oplus, \odot, \neg \rangle$ eine Boolesche Algebra. Beweisen Sie, dass für alle $b, c \in S$ gilt

$$b \oplus c = 1 \wedge b \odot c = 0 \Leftrightarrow c = \neg b.$$

Geben Sie zu jedem Schritt des Beweises die entsprechenden Axiome der Algebra genau an.

Hausaufgabe 2 (10 Punkte)

Sei G eine nicht abelsche Gruppe und H eine Untergruppe von G. Versuchen Sie in Analogie mit abelschen Gruppen die Faktorgruppe G/H zu definieren. Geben Sie, falls notwendig, Bedingungen an, unter denen eine korrekte Definition der Faktorgruppe möglich ist.

Computeraufgabe 1 (10 Punkte)

Seien G und H zwei endliche Gruppen. Stimmt der folgende Satz?

Falls $|G| = |H|$, so sind G und H als Gruppen isomorph.

Computeraufgabe 2 (10 Punkte)

Allgemeine Form: Sei p eine Primzahl und $\otimes_p$ die Multiplikation modulo p auf der Menge $\{1, 2, \ldots, p-1\}$. Die Struktur $\mathbb{Z}_p^* := \langle \{1, 2, \ldots, p-1\}, \otimes_p \rangle$ bildet dann eine Gruppe. Geben Sie die maximale Ordnung Δ eines Elements in $\mathbb{Z}_p^*$ an, d.h.

$$\Delta = \max\{\mathrm{ord}(a) \,|\, a \in \mathbb{Z}_p^*\}.$$