Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1999/2000
Übungsblatt 11
8. Februar 2000

# Diskrete Strukturen I

| | | |
|---|---|---|
| **Abgabetermin** | Computeraufgaben: | Freitag, 11. Februar 2000 |
| | Hausaufgaben: | Mittwoch, 16. Februar 2000 |

## Tutoraufgabe 1

Seien $K$ und $L$ Untergruppen einer Gruppe $G$ mit Verknüpfung $\circ$. Zeigen Sie, dass die Menge $KL := \{k \circ l \mid k \in K,\ l \in L\}$ genau dann eine Gruppe bildet, wenn $KL = LK$ ist.

## Tutoraufgabe 2

Diskutieren Sie die Lösbarkeit des Systems

$$\begin{aligned} x &\equiv a \bmod m \\ x &\equiv b \bmod n \end{aligned}$$

in Abhängigkeit von Parametern $a$, $b$, $m$, und $n$.

## Hausaufgabe 1 (10 Punkte)

Sei $p$ eine Primzahl. Beweisen Sie, dass es unendlich viele natürliche Zahlen $n$ gibt, sodass $2^n - n$ durch $p$ teilbar ist.

## Hausaufgabe 2 (10 Punkte)

Beweisen oder wiederlegen Sie:

**Satz 0.1.** *Jede Untergruppe einer unendlichen zyklischen Gruppe ist zyklisch.*

## Computeraufgabe 1 (10 Punkte)

(a) Bestimmen Sie ein $t \in \mathbb{Z}_{19 \cdot 199 \cdot 1999}$, $t \geq 0$, mit

$$\begin{aligned} t &\equiv 91 \bmod 19 \\ t &\equiv 991 \bmod 199 \\ t &\equiv 9991 \bmod 1999, \end{aligned}$$

falls ein solches existiert. Wenn nicht, geben Sie als Antwort -1 ein.

(b) Bestimmen Sie die kleinste natürliche zusammengesetzte Zahl $a$ (d.h. keine Primzahl), sodass das System

$$\begin{aligned} u &\equiv 0 \bmod 40251391 \\ u &\equiv 75865 \bmod 9185240609 \\ u &\equiv 66012 \bmod a \end{aligned}$$

mindestens eine Lösung in $\mathbb{Z}_{40251391 \cdot 9185240609 \cdot a}$ besitzt

## Computeraufgabe 2 (10 Punkte)

**Allgemeine Form:** Bestimmen Sie die größte Wurzel der Gleichung $ax^2 + bx + c \equiv 0 \bmod m$, die zwischen 0 und $m-1$ liegt.