Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1999/2000
Übungsblatt 4

Diskrete Strukturen I

Abgabetermin	Computeraufgaben:	Freitag, 3. Dezember 1999
	Hausaufgaben:	Mittwoch, 8. Dezember 1999

Tutoraufgabe 1

Es sei $G = (V, E)$ ein Graph mit $|V| = n$ Knoten und $|E| = m$ Kanten. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

(a) G ist ein Baum.

(b) G ist zusammenhängend und es gilt $m = n - 1$.

(c) G ist kreisfrei und es gilt $m = n - 1$.

(d) G ist (kanten-)maximal kreisfrei. (D.h., G ist kreisfrei und für alle Kanten $e \in \binom{V}{2} \setminus E$ enthält der Graph $(V, E \cup \{e\})$ einen Kreis.)

(e) G ist (kanten-)minimal zusammenhängend. (D.h., G ist zusammenhängend und für alle Kanten $e \in E$ ist der Graph $(V, E \setminus \{e\})$ nicht mehr zusammenhängend.)

(f) Je zwei Knoten aus V sind in G durch genau einen Pfad verbunden.

Tutoraufgabe 2

(a) Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener spannender Bäume in einem vollständigen Graphen auf n Knoten.

(b) Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener spannender Bäume in einem vollständigen Graphen auf 10 Knoten, in denen jeder Knoten, der kein Blatt ist, einen ungeraden Grad hat.

Hausaufgabe 1 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass jeder Baum $T = (V, E)$ mit $deg(v) \neq 2$ für alle $v \in V$ und $|V| \geq 3$ einen Knoten $v_0 \in V$ enthält, der zu mindestens zwei Blättern benachbart ist.

Hausaufgabe 2 (10 Punkte)

In einer Gruppe von 15 Personen kennt jede Person höchstens drei andere. Wieviele Paare von Personen, die sich gegenseitig kennen, kann es in dieser Gruppe höchstens geben?

Computeraufgabe 1 (10 Punkte)

Allgemeine Form: Wieviele einfache Kreise (die sich selbst nicht schneiden) der Länge r enthält der vollständige Graph K_n?

Computeraufgabe 2 (10 Punkte)

Allgemeine Form: Wieviele Graphen auf n Knoten gibt es, die den folgenden Graphen als Teilgraphen enthalten?

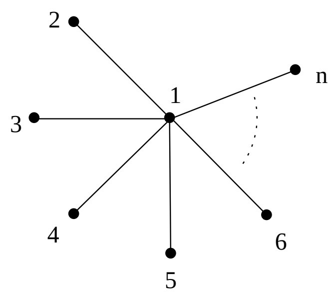

Abbildung 1: