Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

WS 1999/2000
Übungsblatt 6
16. Dezember 1999

Diskrete Strukturen I

Abgabetermin	Computeraufgaben:	Freitag, 17. Dezember 1999
	Hausaufgaben:	Mittwoch, 22. Dezember 1999

Tutoraufgabe 1

Sei $G = (V, E)$ ein Graph und M ein Matching in G. Ein Pfad in G heißt M-*alternierend*, falls er abwechselnd Kanten aus M und Kanten aus $E \setminus M$ enthält. Ein Pfad in G heißt M-*augmentierend*, falls er M-alternierend ist, mehr Kanten aus $E \setminus M$ als aus M enthält und die Endknoten des Pfades werden von M nicht überdeckt. Zeigen Sie:

(a) Ist M ein Matching und P ein M-augmentierender Pfad, dann ist die symmetrische Differenz $M \Delta P$ wiederum ein Matching.

(b) Sind M_1 und M_2 zwei Matchings in G mit $|M_1| > |M_2|$, dann gibt es einen M_2-augmentierenden Pfad in G.

Tutoraufgabe 2

Für welche natürlichen Zahlen n existiert ein Graph G auf n Knoten mit chromatischer Zahl 2, so dass der zu ihm komplementäre Graph $\bar{G}$ auch 2-färbbar ist.

Hausaufgabe 1 (10 Punkte)

Beweisen Sie, daß jeder k-reguläre bipartite Graph G chromatischen Index $\chi'(G) = k$ hat. (Mit anderen Worten: er besitzt eine Kantenfärbung mit k Farben, so daß je zwei inzidente Kanten verschieden gefärbt sind.)

Hausaufgabe 2 (10 Punkte)

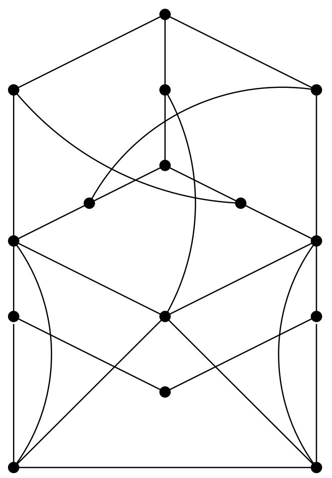
Beweisen Sie: In jedem Eulerschen Graphen gibt es ein System von Kreisen $C_1, \ldots, C_r$, so dass jede Kante des Graphen in genau einem Kreis liegt.

Computeraufgabe 1 (10 Punkte)

Allgemeine Form: Sei T ein Baum mit n Knoten. Wieviele verschiedene Färbungen mit λ Farben hat T?

Computeraufgabe 2 (10 Punkte)

Welche Eigenschaften besitzt der folgende Graph?



- enthält eine Eulertour;
- enthält eine Unterteilung von K_5;
- enthält einen Hamiltonkreis;
- ist bipartit;
- besitzt ein perfektes Matching;
- ist planar;
- hat chromatischen Index 5;
- hat chromatische Zahl höchstens 2;
- enthält $K_{4,6}$;
- besitzt ein Matching.