Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Volker Heun

WS 1999/2000
Übungsblatt 12
8. Feb. 2000

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 15. Februar

Aufgabe 1

Sei $w = w_1 \cdots w_n \in \Sigma^*$ ein Wort der Länge n über dem Alphabet Σ. Sei ferner $r = r_1 \cdots r_m$ der eigentliche Rand von w mit $m \in [1 : n-1]$. Zeigen Sie, daß $r' = r_1 \cdots r_{m-1}$ ein Rand von $w' = w_1 \cdots w_{n-1}$ ist, aber nicht notwendigerweise ein eigentlicher Rand von w' sein muss.

Aufgabe 2

Ein Wort $w \in \Sigma^*$ heißt *periodisch*, wenn es ein Wort $v \in \Sigma^*$ und ein $i \in \mathbb{N}$ gibt, so daß $|v| \geq 1$, $n > 1$ und $w = v^i$.

Geben Sie einen Algorithmus an, der mit linear vielen Vergleichen feststellt, ob ein Wort periodisch ist.

Aufgabe 3

Betrachten Sie das folgende geistreiche Spiel zur Vermeidung von Langeweile. Gegeben seien n Beutel, in denen sich je eine Murmel befindet. In jeder Runde werden zufällig zwei Beutel gewählt und die Murmeln des Beutels mit weniger Murmeln in den Beutel mit mehr Murmeln geworfen. Anschließend wird der leere Beutel weggeworfen. Falls beide Beutel gleich viele Murmeln enthalten, so wird zufällig einer der beiden Beutel als Zielbeutel verwendet. Das Spiel endet, wenn alle Murmeln in einem Beutel enthalten sind.

Berechnen Sie möglichst genau, wie oft im schlimmsten Fall eine Murmel von einem Beutel in einen anderen gewandert ist. Die Antwort n^2 ist eine grobe Überschätzung.