Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Volker Heun

WS 1999/2000
Übungsblatt 13
15. Feb. 2000

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 22. Februar

Aufgabe 1

Betrachten Sie den Boyer-Moore Algorithmus, der für die Bestimmung der Shifts bei einem Mismatch nur die Bad-Character-Rule berücksichtigt:

```
BOYER-MOORE(char t[], int n, char s[], int m)
{
    int i = 0;
    int j = m − 1;
    while (i ≤ n − m)
    {
        while (t[i + j] == s[j])
        {
            if (j == 0) return TRUE;
            j−−;
        }
        i = i + j − max{k : (k < j ∧ s[k] = t[i + j]) ∨ (k = −1)};
        j = m − 1;
    }
    return FALSE;
}
```

Geben Sie ein Beispiel an, bei dem diese Variante eine Laufzeit von $\Theta(n \cdot m)$ hat.

Bitte wenden!

Aufgabe 2

Die Binomialkoeffzienten $\binom{n}{m}$ erfüllen für $0 < m < n \in \mathbb{N}$ die folgende Identität:

$$\binom{n}{m} = \binom{n-1}{m} + \binom{n-1}{m-1}.$$

Außerdem gilt für alle $n \in \mathbb{N}_0$:

$$\binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1.$$

Betrachten Sie das Problem, $A(n) = \binom{2n}{n}$ zu berechnen.

Berechnen Sie eine obere und eine untere Schranke für die benötigte Anzahl von Additionen, wenn Sie $A(n)$ einfach rekursiv berechnen.

Geben Sie einen Algorithmus zur Berechnung von $A(n)$ mit Hilfe der *Dynamischen Programmierung* an. Berechnen Sie hierfür eine obere Schranke für die Anzahl der Additionen.

Aufgabe 3

Beschreiben Sie die Schulmethode zum Multiplizieren und Teilen mit Rest für zwei natürliche Zahlen, die in Binärdarstellung gegeben sind.

Schätzen Sie die Anzahl Bit-Operationen für diese beiden Verfahren ab. Die Ergebnisse müssen nicht genau sein, es genügt eine Abschätzung mit Hilfe der Θ-Notation für den worst-case.

Eine Bit-Operation ist der Vergleich von zwei Bits, das Addieren mit Übertrag von zwei Bits (unter Berücksichtigung eines mitzuaddierenden Übertrags) oder das Subtrahieren eines Bits von einem anderen mit Übertrag (unter Berücksichtigung eines mitzusubtrahierenden Übertrags).

Das folgende Beispiel erfordert 6 Bit-Operationen:

$$\begin{array}{cccccccc} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \mathrel{\hat{=}} 9 \\ - & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & \mathrel{\hat{=}} 6 \\ \hline & 0 & 0 & 0^1 & 0^1 & 1 & 1 & \mathrel{\hat{=}} 3 \end{array}$$