Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Volker Heun

WS 1999/2000
Übungsblatt 3
23. Nov. 1999

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 30. November

Aufgabe 1

Beweisen Sie, daß die Länge der k-ären Darstellung ohne führende Nullen der Zahl $n \in \mathbb{N}$ genau $1 + \lfloor \log_k(n) \rfloor$ ist.
Die Zeichenreihe $a_{m-1} \cdots a_0$ ist genau dann die *k-äre Darstellung ohne führende Nullen* der Zahl n, wenn $a_i \in \{0, \ldots, k-1\}$ für alle $i \in \{0, m-1\}$ mit $a_{m-1} > 0$ und

$$n = \sum_{i=0}^{m-1} a_i k^i.$$

Wie sieht im Vergleich dazu die Unärdarstellung der Zahl n aus und wieviele Zeichen werden hierfür benötigt?

Aufgabe 2

Zeigen Sie:

1. $\dfrac{7n^2 - 5n}{n + \sqrt{n}} = \Theta(n)$,
2. $\dfrac{7n^{5/2} + 3n^2}{n^2 - \log(n)} = \Theta(\sqrt{n})$,
3. $\forall k \in \mathbb{N} : \ \forall 0 < \epsilon \in \mathbb{R} : \ \log^k(n) = o(n^\epsilon)$.

Aufgabe 3

Vergleichen Sie das Wachstumsverhalten der folgenden Funktionen (von $\mathbb{N} \to \mathbb{R}_+$) mit Hilfe der Landauschen Symbole o, O, Θ:

1)	$n \log(n)$	2)	$n^{\mathrm{loglog}(n)}$
3)	$n^2 \log(n)$	4)	$n^3 \lvert \cos(n\pi/2) \rvert$
5)	n	6)	$n^{3/4}(\log(n))^4$
7)	$n \, \mathrm{loglog}(n)$	8)	$n \log^2(n)$
9)	4^n	10)	$n \cdot \sqrt{n}$

Hinweis: Nutzen Sie (sofern möglich) die Transitivität der Landauschen Symbole o, O, Θ aus.