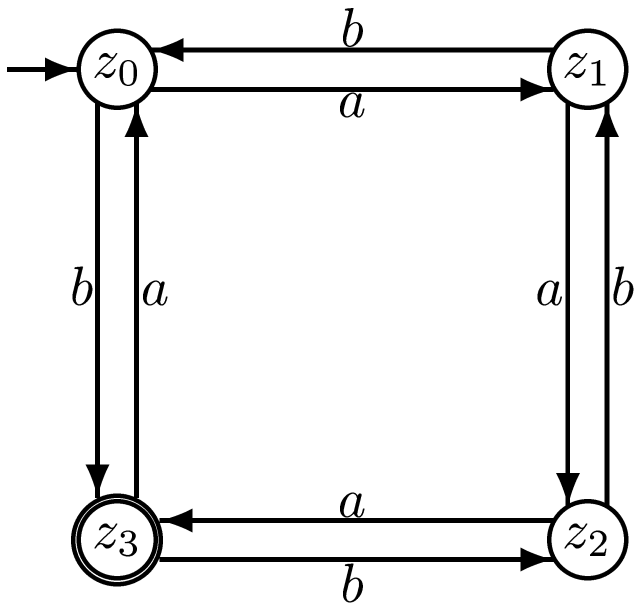
Satz. Ist $M = (Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$ ein deterministischer endlicher Automat, so ist die durch

$$P \quad := \quad \{z \to az' \mid \delta(z,a) = z'\} \cup \{z \to a \mid \delta(z,a) \in E\}$$

gegebene Grammatik $G = (Z, \Sigma, z_0, P)$ regulär.



Produktionen:

$$z_0 \to az_1, \quad z_0 \to bz_3, \quad z_1 \to az_2,$$

$$z_1 \to bz_0, \quad z_2 \to az_3, \quad z_2 \to bz_1,$$

$$z_3 \to az_0, \quad z_3 \to bz_2,$$

$$z_2 \to a, \quad z_0 \to b.,$$

Beispiel: $z_0 \Rightarrow az_1 \Rightarrow abz_0 \Rightarrow abaz_1 \Rightarrow abaaz_2 \Rightarrow abaaa \in L(G)$

Satz. Ist $G = (V, \Sigma, S, P)$ eine reguläre Grammatik, so ist $M = (V \cup \{X\}, \Sigma, \delta, S, E)$, wobei

$$E := \begin{cases} \{S, X\}, & \text{falls } S \to \epsilon \in P \\ \{X\}, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$B \in \delta(A, a) \quad \Longleftrightarrow \quad A \to aB \quad \text{und}$$

$$X \in \delta(A, e) \quad \Longleftrightarrow \quad A \to a$$

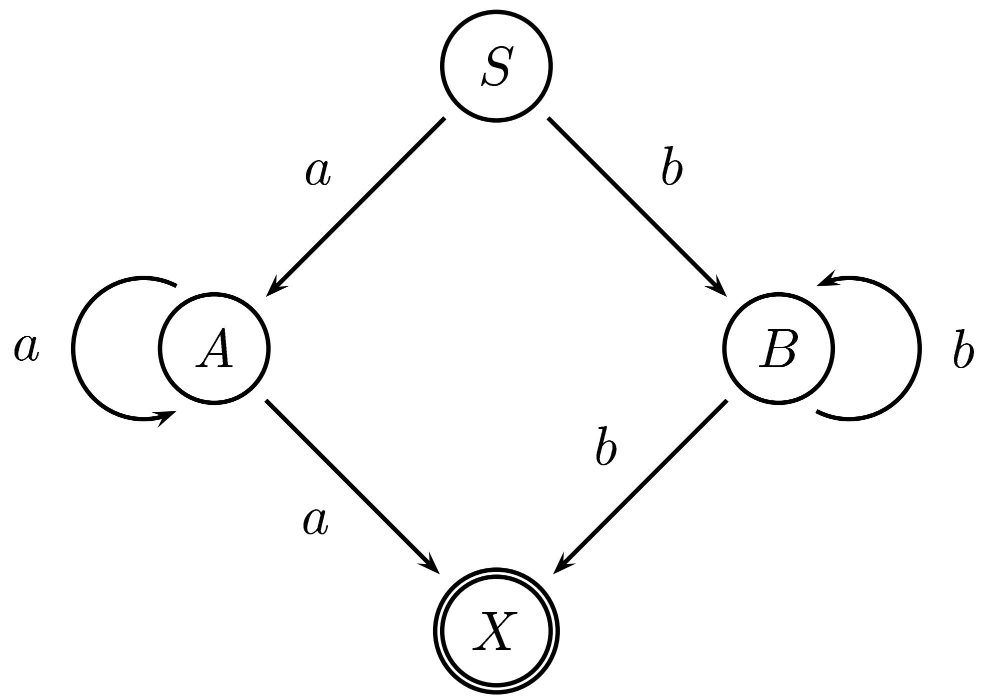
ein nichtdeterministischen endlichen Automat.

Produktionen:

$$S \to aA, \quad S \to bB,$$

$$A \to a, \quad A \to aA,$$

$$B \to b, \quad B \to bB$$



Definition. *Reguläre Ausdrücke* sind definiert durch:

- $\emptyset$ ist ein regulärer Ausdruck.
- ε ist ein regulärer Ausdruck.
- Für jedes $a \in \Sigma$ ist a ist ein regulärer Ausdruck.
- Wenn α und β reguläre Ausdrücke sind, dann sind auch $\alpha\beta$, $(\alpha|\beta)$ und $(\alpha)^*$ reguläre Ausdrücke.

Zu einem regulären Ausdruck γ ist eine zugehörige Sprache $L(\gamma)$ induktiv definiert durch:

- Falls $\gamma = \emptyset$, so gilt $L(\gamma) = \emptyset$.
- Falls $\gamma = \varepsilon$, so gilt $L(\gamma) = \{\varepsilon\}$.
- Falls $\gamma = a$, so gilt $L(\gamma) = \{a\}$.
- Falls $\gamma = \alpha\beta$, so gilt

$$L(\gamma) = L(\alpha)L(\beta) = \{uv \mid u \in L(\alpha), v \in L(\beta)\}.$$

- Falls $\gamma = (\alpha \mid \beta)$, so gilt

$$L(\gamma) = L(\alpha) \cup L(\beta) = \{u \mid u \in L(\alpha) \vee u \in L(\beta)\}.$$

- Falls $\gamma = (\alpha)^*$, so gilt

$$L(\gamma) = L(\alpha)^* = \{u_1u_2 \ldots u_n \mid n \in \mathbb{N}, u_1, \ldots, u_n \in L(\alpha)\}.$$