Entscheidbarkeit regulärer Sprachen

- *Wortproblem*: Ist ein Wort x in $L(G)$?
- *Leerheitsproblem*: Ist $L(G) = \emptyset$?
- *Endlichkeitsproblem*: Ist $|L(G)| \leq \infty$?
- *Schnittproblem*: Ist $L(G_1) \cap L(G_2) = \emptyset$?
- *Äquivalenzprolem*: Ist $L(G_1) = L(G_2)$?

Wichtig für eine effiziente Lösung der Probleme ist,

wie die Sprache gegeben ist.

Kontextfreie Sprachen

- Geklammerte Sprachkonstrukte sind *nicht* regulär, denn schon

$$L = \{a^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$$

ist *nicht* regulär (Beweis durch Anwendung des Pumping Lemmas)...

Beispiele:

- Arithmetische Ausdrücke

$$E \to T|E+T, \quad T \to F|T*F, \quad F \to a|(E)$$

- Klammerpaare in Programmiersprachen: $\{\ldots\}$, `begin...end`, `repeat...until`,`then...end`

Kontextfreie Sprachen (2)

…aber sie ist *kontextfrei*!

Definition *Eine Grammatik ist vom* Typ 2 *oder* kontextfrei, *wenn für alle Regeln* $w_1 \to w_2$ *gilt, daß* w_1 *eine einzelne Variable ist.*

$L = \{a^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$ ist kontextfrei:

$$S \to ab \quad | \quad aSb$$

- Die Menge der regulären Sprachen ist also eine *echte* Untermenge der Menge der kontextfreien Sprachen.

Normalformen

- Wir wollen eine möglichste einfache Form für die erlaubten Regeln
- jede kontextfreie Sprache soll mit einer Grammatik dieser Form beschrieben werden können

1. Schritt zu Normalformen

- ϵ-frei
- keine Regeln $A \to B$, wo A und B Variablen sind

Normalformen (2)

Definition *Eine kontextfreie Grammatik* G *mit* $\epsilon \notin L(G)$ *heißt in* Chomsky Normalform, *falls alle Regeln eine der beiden Formen*

$$A \to BC$$

bzw.

$$A \to a$$

haben. Wobei A,B *und* C *Variablen sind und* a *ein Terminalsymbol ist.*

Definition *Eine kontextfreie Grammatik* G *mit* $\epsilon \notin L(G)$ *heißt in* Greibach Normalform, *falls alle Regeln die Form*

$$A \to aB_1B_2 \cdots B_k \quad (k \geq 0)$$

haben. Wobei $A, B_1, \ldots, B_k$ *Variablen sind und* a *ein Terminal-symbol ist*

Existenz von Normalformen

Satz *Zu jeder kontextfreien Grammatik G mit $\epsilon \notin L(G)$ gibt es eine Chomsky Normalform Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$.*

Satz *Zu jeder kontextfreien Grammatik G mit $\epsilon \notin L(G)$ gibt es eine Greibach Normalform Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$.*