Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 2000
Übungsblatt 1
5. Mai 2000

Einführung in die Informatik IV

Aufgabensteller: Thomas Schickinger

Tutoraufgabe 1

Gegeben sind folgende Grammatiken:

a) $G_1 := (\{S\}, \{v, *, (,)\}, \{S \to v, S \to S * S, S \to (S)\}, S)$,
b) $G_2 := (\{S\}, \{v, *, (,)\}, \{S \to v, S \to v * S, S \to (S)\}, S)$.

Ordnen Sie die Grammatiken in die Chomsky-Hierarchie ein. Sind die Grammatiken mehrdeutig? Geben Sie ferner einen Ableitungsbaum für das Wort $v * (v * v)$ an. Gilt $L(G_1) = L(G_2)$? Zeigen Sie ferner:

i) Für jedes $w \in L(G_1)$ ist auch $(w) \in L(G_1)$.
ii) Für alle $w, w' \in L(G_1)$ ist auch $w * w' \in L(G_1)$.
iii) Jedes $w \in L(G_1)$ enthält gleich viele ('s wie)'s.

Gelten die Aussagen auch für G_2?

Tutoraufgabe 2

Gegeben sei die Grammatik

$$
\begin{aligned}
G \;:=\; & (\{S, T, A, B\}, \{a, b\}, \\
& \{S \to AS, S \to T, A \to aB, aBT \to Tab, aBT \to ab\}, S).
\end{aligned}
$$

a) Ordnen Sie die Grammatik in die Chomsky-Hierarchie ein und charakterisieren Sie die erzeugte Sprache.
b) Geben Sie eine Grammatik vom Typ 3 an, welche dieselbe Sprache wie G erzeugt.
c) Geben Sie einen (möglicherweise nichtdeterministischen) endlichen Automaten an, der dieselbe Sprache wie G erzeugt.

Hausaufgabe 1 (freiwillig)

Geben Sie eine Grammatik an, welche die Sprache $L := \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \exists i \in \geq 1 \;:\; w = a^i b^i c^{2i}\}$ erzeugt und begründen Sie, warum Ihre Grammatik den gewünschten Zweck erfüllt.

Hausaufgabe 2 (freiwillig)

Gegeben seien die folgenden Grammatiken:

a) $G_1 := (\{S\}, \{i, t, e, f\}, \{S \to itS, S \to itSeS, S \to x\}, S)$,

b) $G_2 := (\{S\}, \{i, t, e, f\}, \{S \to itSf, S \to itSeSf, S \to x\}, S)$.

Ordnen Sie die Grammatiken in die Chomsky-Hierarchie. Sind die Grammatiken mehrdeutig (Begründung!)? Geben Sie jeweils eine bzw. bei mehrdeutigen Grammatiken zwei Linksableitungen für ein geeignetes Beispielwort an.

Hausaufgabe 3 (2 + 2 + 1 = 5 Punkte)

Gegeben sei $\Sigma := \{a, b, c\}$ und die Sprache

$$L := \{w \in \Sigma^* \mid \exists x, y, z \in \Sigma^* \ : \ w = xyz, y = aba\}.$$

Geben Sie jeweils

a) eine reguläre Grammatik (also vom Typ 3, ϵ-Produktionen sind erlaubt),

b) einen (eventuell nichtdeterministischen) endlichen Automaten und

c) einen deterministischen endlichen Automaten an,

welche die Sprache L erzeugen bzw. erkennen.

Hausaufgabe 4 (1 + 1 + 1.5 + 1.5 = 5 Punkte)

Sei w^R das gespiegelte Wort zu w (also z. B. $w = aabc$, $w^R = cbaa$). Ein Wort w mit $w = w^R$ heißt Palindrom. Ferner bezeichne $[w]_{\{a,b\}}$ die Zeichenkette, die aus w entsteht, wenn man alle Zeichen außer $\{a, b\}$ ignoriert, also z. B. $[aabc]_{\{a,b\}} = aab$.

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie kontextfreie Grammatiken an, die folgende Sprachen erzeugen (ϵ-Produktionen sind erlaubt):

a) $L_1 := \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ ist ein Palindrom}\}$,

b) $L_2 := \{w \in \Sigma^* \mid \exists i \geq 1 \ \exists y_1, \ldots, y_i \ : \ w = y_1 \ldots y_i, \forall 1 \leq j \leq i \ : \ y_j \text{ ist ein Palindrom}\}$,

c) $L_3 := \{w \in \Sigma^* \mid \exists y \in \{a, b\}^*, z \in \Sigma^* \ : \ w = yczcy^R\}$ und

d) $L_4 := \{w \in \Sigma^* \mid [w]_{\{a,b\}} \text{ ist ein Palindrom}\}$.

Hinweis: Die als „freiwillig“ gekennzeichneten Aufgaben werden korrigiert, Sie erhalten jedoch keine Punkte für Ihre Lösungen. Diese Aufgaben dienen zur Einübung und Vertiefung des Vorlesungsstoffes. Wir empfehlen Ihnen deshalb, sich auch mit diesen Aufgaben zu beschäftigen.

Abgabetermin: Mittwoch, 17. Mai 2000, 9:00 Uhr Uhr (im Briefkasten)