Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Angelika Steger

SS 2000
Übungsblatt 7
16. Juni 2000

Einführung in die Informatik IV

Aufgabensteller: Thomas Schickinger
Abgabetermin: Mittwoch, 28. Juni 2000, 9:25 Uhr

Tutoraufgabe 1

Aus der Vorlesung ist bekannt, daß die Sprache

$$L_s := \{w \in \{0,1\}^* \ : \ M_w \text{ hält bei Eingabe } w\}$$

nicht entscheidbar ist (spezielles Halteproblem). Hierbei bezeichnet M_w die Turing-Maschine, die durch w codiert wird.

Zeigen Sie, daß die Sprachen

a) $L_h := \{w\#x \ : \ M_w \text{ hält bei Eingabe } x\}$ (allgemeines Halteproblem),

b) $L_l := \{w \ : \ M_w \text{ hält bei leerem Band}\}$ und

c) $L_c := \{w \ : \ M_w \text{ berechnet die Identität}\}$

ebenfalls nicht entscheidbar sind.

Tutoraufgabe 2

Gegeben sei eine Matrix $A \in \mathbb{N}^{m\times m}$ zu der die n-te Potenz A^n berechnet werden soll. Geben Sie einen effizienten Algorithmus dazu an und schätzen Sie die Laufzeit im uniformen und logarithmischen Kostenmaß ab.

Hausaufgabe 1 (freiwillig)

Zeigen Sie: Die Menge der entscheidbaren Sprachen ist abgeschlossen unter Komplementbildung, Schnitt und Vereinigung.

Welche dieser Abgeschlossenheitseigenschaften gelten auch für semi-entscheidbare Sprachen? Begründung!

Hausaufgabe 2 (freiwillig)

Sei ein Array $A[0 \dots n-1]$ mit n paarweise verschiedenen natürlichen Zahlen gegeben. Ein Paar (i, j) heißt *Inversion* (bezüglich der aufsteigenden Sortierung), wenn $i < j$, aber $A[i] > A[j]$.

Geben Sie einen Algorithmus an, der die Anzahl der Inversionen in einem Array $A[0 \dots n-1]$ in Laufzeit $\mathcal{O}(n \log n)$ bestimmt. Hinweis: Das Problem läßt sich durch Modifikation von MergeSort lösen.

Hausaufgabe 3 (5 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden Algorithmus, der auf einer Folge $(a_0, \dots, a_{n-1})$ operiert: In der i-ten Phase ($i = 1, \dots, n-1$) werden nacheinander für $j = 1, \dots, n-i$ die Elemente an Position $j-1$ und j miteinander verglichen und anschließend vertauscht, wenn $a_{j-1} > a_j$.

Zeigen Sie, daß dieser Algorithmus die Folge korrekt sortiert, und bestimmen Sie die Anzahl ausgeführter Vergleiche.

Hausaufgabe 4 (5 Punkte)

Diese Aufgabe ist mit Tschetyre in der sunhalle zu lösen (wird wie üblich kommenden Mittwoch, also am 21.6., freigeschaltet und läuft bis zum 28.6., 9:25 Uhr).

Es werden Fragen der folgenden Art gestellt: Zu einem Problem steht ein Rechner zur Verfügung, der s Rechenschritte pro Sekunde durchführt. Das Problem wird durch einen Algorithmus gelöst, der $r(n)$ Rechenschritte bei Eingabegröße n erfordert. Die Lösung soll in maximal t Sekunden Rechenzeit berechnet werden. Bis zu welcher Eingabegröße n ist dies möglich?

Diese Aufgabe soll Ihnen ein Gefühl für die Auswirkung unterschiedlicher asymptotischer Laufzeiten bei effizienten und weniger effizienten Algorithmen vermitteln.