Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2000/2001
Quiz 1
5. Dezember 2000

Diskrete Strukturen I

1. Welche der folgenden Strukturen sind Gruppen? (Dabei stellen $+$ und $\cdot$ die Summe bzw. das Produkt mod3 dar.)
   - ☐ $\langle \mathbb{Z}_3, \cdot \rangle$
   - ☐ $\langle \mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, + \rangle$
   - ☐ $\langle \mathbb{Z}_3 \setminus \{0\}, \cdot \rangle$
2. Sei $\langle A, \circ \rangle$ eine Algebra. Die Kürzungsregel besagt: für alle $a, a', b \in A$ gilt:
   $$a \circ b = a' \circ b \leftrightarrow a = a'.$$
   Diese Regel gilt in allen
   - ☐ Halbgruppen
   - ☐ Monoiden
   - ☐ Gruppen
   - ☐ zyklischen Gruppen
3. Sei G eine endliche Gruppe. Bezeichne $|G|$ die Anzahl der Elemente in G und $\mathrm{ord}(g)$ die Ordnung des Elements g in G. Dann gilt stets
   - ☐ $(\forall g \in G)(\mathrm{ord}(g) \leq |G|)$
   - ☐ $(\forall g \in G)(\mathrm{ord}(g) = |G|)$
   - ☐ $(\forall g \in G)(\mathrm{ord}(g) > |G|)$
   - ☐ $(\forall g \in G)(\mathrm{ord}(g)$ teilt $|G|)$
   - ☐ $(\forall g \in G)(\mathrm{ord}(g)$ ist ein Vielfaches von $|G|)$
4. Sei $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}_0$ durch $f(x) = x^2$ gegeben. Die Abbildung f ist
   - ☐ injektiv
   - ☐ surjektiv
   - ☐ bijektiv
   - ☐ ein Homomorphismus der Algebra $\langle \mathbb{Z}, \cdot \rangle$ nach $\langle \mathbb{N}_0, \cdot \rangle$
   - ☐ ein Isomorphismus der Algebra $\langle \mathbb{Z}, \cdot \rangle$ nach $\langle \mathbb{N}_0, \cdot \rangle$
5. Gibt es eine bijektive Abbildung von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{Z}$?
6. (a) Bestimmen Sie $\mathrm{ggT}(13, 17)$: ....

   (b) Geben Sie Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ an, so daß $13a + 17b = \mathrm{ggT}(13, 17)$: ....
7. (a) Bestimmen Sie $S_{7,2}$ (Stirling'sche Zahl 2. Art): ....

   (b) Bestimmen Sie $P_{7,4}$ (Anzahl ungeordneter Zahlpartitionen):..................
8. Welche der Gleichheiten sind richtig?
   - ☐ $\binom{n+1}{k} = \frac{n+1}{k}\binom{n}{k-1}$
   - ☐ $\binom{n+1}{k} = \frac{n+1}{k-1}\binom{n}{n-k}$
   - ☐ $\binom{n+1}{k} = \frac{n-k+1}{k}\binom{n+1}{k-1}$
9. An einem Institut sind 10 Professoren und 15 Professorinnen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine Kommission mit 6 Mitgliedern zusammenzustellen, die paritätisch besetzt ist (gleiche Anzahl von Männer und Frauen)? ....