Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2000/2001
Übungsblatt 14
30. Januar 2001

Diskrete Strukturen I

(Aufgabensteller: Jens Ernst)

Tutoraufgaben: entfallen auf diesem letzten Übungsblatt

Hinweis: *Die als freiwillig gekennzeichneten Aufgaben werden nicht bewertet und sind für die Klausurzulassung ohne Bedeutung.*

Freiwillige Aufgabe 1

Ein stark zusammenhängender, gerichteter Graph G besitzt genau dann einen gerichteten Euler-Kreis, wenn der Eingangsgrad jedes Knotens gleich seinem Ausgangsgrad ist. Beweisen Sie diese in der Vorlesung vorgestellte Behauptung im Detail und geben Sie einen Algorithmus an, mit dem ein gerichteter Euler-Kreis in G konstruiert werden kann, falls dies möglich ist.

Freiwillige Aufgabe 2

Geben Sie einen Algorithmus an, der in einem zusammenhängenden Graphen $G = (V, E)$ in linearer Zeit (d.h. in Zeit $O(|V| + |E|)$) einen Knoten w findet, dessen Entfernen den Graphen nicht in mehrer Zusammenangskomponenten zerfallen läßt. Beweisen Sie mit Hilfe dieses Algorithmus, daß jeder zusammenhängende Graph einen solchen Knoten enthält.

Hinweise *zur Bearbeitung der Computeraufgaben finden Sie auf der Web-Seite zu den Übungen.*

Computeraufgabe 1 (10 Punkte)

Snippet weist Ihnen einen Index i zwischen 1 und 3 zu. Betrachten Sie den gerichteten Graphen G_i in der Abbildung. Die *ungerichtete Version* G_i' des Graphen G_i erhalten Sie durch Entfernen der Pfeile an den Kanten und Ersetzen eventueller Doppelkanten durch einfache Kanten. (D.h. aus dem antiparallelen Kantenpaar (u, v) und (v, u) wird die ungerichtete Kante $\{u, v\}$.)

a) Markieren Sie genau die zutreffenden Aussagen:

- Der gerichtete Graph G_i ist
  - stark zusammenhängend
  - zyklisch
- Seine ungerichtete Version G_i' ist
  - zusammenhängend
  - bipartit
  - ein Euler-Graph (d.h. G_i' hat einen ungerichteten Euler-Kreis)

b) Geben Sie eine Kante an, nach deren Einfügung der Graph G_i einen gerichteten Euler-Kreis besitzt. (Format: Für Kante $(4, 2)$ müßten Sie "42" eingeben!)

Computeraufgabe 2 (10 Punkte)

Aus der Vorlesung wissen Sie, daß durch eine DFS oder eine BFS auf einem zusammenhängenden, ungerichteten Graphen G, startend bei einem Knoten v_0, ein Spannbaum definiert wird. Wir bezeichnen diesen mit $T_G^{\mathrm{DFS}}(v_0)$ bzw. $T_G^{\mathrm{BFS}}(v_0)$.
Markieren Sie genau die Typen T von Graphen, für die folgende Aussage gilt:

"Ist G ein zusammenhängender, ungericheter Graph vom Typ T, so hat G garantiert einen Knoten v_0, für den die Spannbäume $T_G^{DFS}(v_0)$ und $T_G^{BFS}(v_0)$ dieselben Kanten besitzen."

- vollständige Graphen mit mehr als 2 Knoten
- Bäume
- bipartite Graphen mit Zyklen gerader Länge
- zyklische Graphen
- Graphen, die nur aus einem Pfad bestehen

(Jeder korrekt markierte oder korrekt unmarkierte Graphen-Typ ist zwei Punkte wert.)