Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2000/2001
Übungsblatt 7
28. November 2000

Diskrete Strukturen I

Abgabetermin für die Computeraufgaben: 5. Dezember 2000 (16.⁰⁰ Uhr)
(Aufgabensteller: Ingo Rohloff)

Hinweis: *Die als freiwillig gekennzeichneten Aufgaben werden nicht bewertet und sind für die Klausurzulassung ohne Bedeutung.*

Freiwillige Aufgabe 1

Was ergibt die folgende Summe, wenn $n \geq 1$?

$$\sum_{k=1}^{n} (-1)^k s_{n,k}$$

$s_{n,k}$ bezeichnet hier die Stirling-Zahlen erster Art. Beweisen Sie Ihr Ergebnis!

Freiwillige Aufgabe 2

Der Binomische Satz

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

gilt auch, wenn man statt Potenzen Fallende oder Steigende Fakultäten verwendet, d.h.:

$$(x+y)^{\underline{n}} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{\underline{k}} y^{\underline{n-k}}$$
$$(x+y)^{\overline{n}} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{\overline{k}} y^{\overline{n-k}}$$

Beweisen Sie die beiden Gleichungen durch Induktion.

Freiwillige Aufgabe 3

Beweisen sie die zwei folgenden Identitäten:

$$x^{\overline{m}} = (-1)^m (-x)^{\underline{m}}$$
$$x^{\underline{m}} = (-1)^m (-x)^{\overline{m}}$$

***Hinweise** zur Bearbeitung der Computeraufgaben finden Sie auf der Web-Seite zu den Übungen.*

Computeraufgabe 1

n Studenten spielen zusammen ein Computerspiel in der Sun-Halle. Die Studenten bilden k Teams, wobei jedes Team aus mindestens einer Person besteht. Hinzu kommt, daß der Student Hänschen nicht alleine spielen will. Wieviele Möglichkeiten gibt es, um Teams zu bilden ?

Computeraufgabe 2

Es findet ein Programmierwettbewerb statt. n Informatiker und m Informatikerinnen wollen teilnehmen. Wie allgemein üblich sollen Teams gebildet werden. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, wenn k Teams gebildet werden sollen und wenn in jedem Team mindestens eine Informatikerin und ein Informatiker sein sollen ?

Computeraufgabe 3

Es kommen n Dichter in einen kleinen Buchladen. In dem Buchladen gibt es m verschiedene Bücherstapel. Jeder Bücherstapel besteht aus Büchern eines bestimmten Werkes. Jeder Dichter kauft genau 1 Buch. Am Ende des Tages stellt der Buchhändler fest, daß von k verschiedenen Bücherstapeln Bücher gekauft worden sind. Wie viele Möglichkeiten ergeben sich für die Verteilung der Bücher auf die Dichter, wenn man nicht weiß, von welchen Bücherstapeln die Bücher genommen wurden ?
(Die Dichter und die verschiedenen Werke sind unterscheidbar; zwei Ausgaben des gleichen Werkes sind nicht unterscheidbar!)

Computeraufgabe 4

Tante Erna macht Tee und es kommen n Gäste. Es bilden sich wie immer Gruppen und Grüppchen, in denen die Gäste im Kreis stehen. Jede Gruppe besteht aus mindestens einem Gast und es bilden sich k Gruppen.
Wenn in einer Gruppe mehr als zwei Gäste stehen, dann hat jeder Gast einen linken und einen rechten Gesprächspartner. Zwei Gruppenverteilungen werden als gleich angesehen, wenn jeder Gast die gleichen Nachbarn hat.
Achtung: Linke und rechte Nachbarn dürfen dabei nicht vertauscht sein !
Wieviele Gruppenverteilungen gibt es ? (Tante Erna kommt als Gastgeberin erst später dazu.)

Computeraufgabe 5

Tante Erna stellt sich diesmal zu ihren n Gästen dazu, d.h. sie schließt sich einer der k Gruppen an. Wieviele Gruppenverteilungen gibt es jetzt ?

Computeraufgabe 6

Wieder findet Tante Ernas Tee-Kränzchen statt. Es kommen n Gäste, aber diesmal ist ein frisch verliebtes Pärchen darunter, das auf jeden Fall nebeneinander stehen will.
Wieviele Gruppenverteilungen gibt es jetzt, wenn es k Gruppen gibt ? (Erna selber kommt wieder später.)
Hinweis: Man sollte daran denken, daß frisch Verliebte manchmal auch allein sein wollen.