Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2000/2001
Übungsblatt 8
5. Dezember 2000

Diskrete Strukturen I

Abgabetermin für die Computeraufgaben: Dienstag, den 12. Dezember 2000 (16.^{00} Uhr)

(Aufgabensteller: Ingo Rohloff)

Im weiteren wird als Schreibweise vereinbart:

$$\begin{aligned} s_{n,k} &= \left[\begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right] \\ S_{n,k} &= \left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\} \end{aligned}$$

Mit $s_{n,k}$ sind die Stirling-Zahlen erster Art und mit $S_{n,k}$ die Stirling-Zahlen zweiter Art gemeint.

Tutoraufgabe 1

a) Beweisen Sie die zwei folgenden Identitäten:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} m+n+1 \\ m \end{matrix} \right\} &= \sum_{k=0}^{m} k \left\{ \begin{matrix} n+k \\ k \end{matrix} \right\} \\ \left[\begin{matrix} m+n+1 \\ m \end{matrix} \right] &= \sum_{k=0}^{m} (n+k) \left[\begin{matrix} n+k \\ k \end{matrix} \right] \end{aligned}$$

b) Berechnen Sie einen geschlossenen Ausdruck für die Summe:

$$\sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k} \bigg/ \binom{n}{k} \qquad \text{mit} \qquad n \geq m \geq 0$$

Tutoraufgabe 2

Berechnen Sie folgenden Summen mit Hilfe der Diskreten Stammfunktion:

a)

$$\sum_{k=1}^{n} k^3$$

b)

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{k(k+1)}$$

c)

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 H_k$$

H_k ist dabei die $k$te Harmonische Zahl, d.h. $H_k = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i}$.

Hinweis: *Die als freiwillig gekennzeichneten Aufgaben werden nicht bewertet und sind für die Klausurzulassung ohne Bedeutung.*

Freiwillige Aufgabe 1

Ein paar Übungen zur Partiellen Summation.
Berechnen Sie (mit Hilfe der Partiellen Summation):

a)

$$\sum_{k=1}^{n} k2^k$$

b)

$$\sum_{k=m}^{n} k\binom{k}{m}$$