Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. J. Esparza/Dr. S. Gerke

WS 2000/01
Übungsblatt 1
24. Oktober 2000

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen

(Abgabetermin: Dienstag, den 31. Oktober 2000, in der Vorlesung)

Aufgabe 1

Betrachten Sie die folgenden Probleme:

Eingabe: Eine positive ganze Zahl n
Ausgabe: a) $\lfloor\sqrt{n}\rfloor$
b) 2^n
c) Die n-te Fibonachi Zahl

Sind diese Probleme in polynomieller Zeit lösbar? (Polynomiell heißt, polynomiell in der Eingabelänge!) Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2

Beweisen oder widerlegen Sie:

$n! = n^{\Theta(n)}$
$\sum_1^n i^k = \Theta(n^{k+1})$
$\sum_1^n 1/i = \Theta(\log n)$

Aufgabe 3

Beweisen Sie den ersten und letzten Teil des folgenden Satzes:
Seien $a \geq 1, b > 1$ und $k \in \mathrm{N}$ konstant, $f(n)$ eine Funktion mit Werten ≥ 0, die an den Stellen $b^k, k = 0, 1, \ldots$ definiert ist, und $T(n)$ sei definiert durch die Rekursionsgleichung $T(n) = aT(n/b) + f(n)$, $n = b^k$. Dann ist

$$T(n) = \begin{cases} \theta(n^{\log_b a}), & \text{falls } f(n) = O(n^{\log_b a - e}) \text{ für ein konstantes } e > 0, \\ \theta(n^{\log_b a} \lg\lg n), & \text{falls } f(n) = \theta(n^{\log_b a}/\lg n), \\ \theta(n^{\log_b a} \lg^{s+1} n), & \text{falls } f(n) = \theta(n^{\log_b a} \lg^s n) \text{ für ein } s \geq 0, \\ \theta(f(n)), & \text{falls } f(n) = \Omega(n^{\log_b a + e}) \text{ für ein konstantes } e > 0 \\ & \text{und } af(n/b) \leq cf(n) \text{ für ein konstantes } 0 < c < 1; \end{cases}$$

dabei bezeichnet lg den Logarithmus zur Basis 2.

Aufgabe 4

Tragen Sie in die folgende Tabelle die maximale Eingabelänge ein, so daß ein Problem bei Laufzeit $T(n)$ in der angegeben Zeit t gelöst werden kann, wenn die Zeit für einen Rechenschritt eine Mikrosekunde beträgt.

	0,01 Sek.	1 Sek.	1 Min.	1 Std.	1 Tag	1 Mon.	1 Jahr
$\lg n$							
$1000 \lg n$							
$\sqrt{n}$							
$1000\sqrt{n}$							
n							
$1000n$							
$n \lg n$							
$1000n \lg n$							
n^2							
$1000n^2$							
n^3							
$1000n^3$							
2^n							
$1000 \cdot 2^n$							
$n!$							
$1000 \cdot n!$							