Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen

(Abgabetermin: Dienstag 23.01.2001, in der Vorlesung)

Aufgabe 1

Charakterisieren Sie alle ungerichteten Graphen, für die es einen DFS- und einen BFS-Ablauf (beginnend bei einem gemeinsamen Knoten v) gibt, so daß beide Traversierungen denselben Spannbaum beschreiben. Das heißt, der DFS-Baum und der BFS-Baum sollen dieselbe Wurzel haben und dieselben Kanten enthalten. Beweisen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2

Gegeben seien ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl k. Geben Sie einen Algorithmus an, der einen maximalen Teilgraphen $G' = (V', E')$ von G bestimmt, innerhalb dessen jeder Knoten einen Grad von mindestens k besitzt. Falls kein solcher Teilgraph existiert, so soll der leere Teilgraph ausgegeben werden.

Aufgabe 3

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender, ungerichteter einfacher Graph, w eine Gewichtsfunktion auf E. Seien weiter T und T' zwei Spannbäume von G, für die es Kanten e und e' aus E gibt, so daß $T' = T \setminus \{e\} \cup \{e'\}$. Wir sagen, daß T' aus T durch einen *einfachen Kantentausch* hervorgeht.
Seien nun T und T' zwei verschiedene minimale Spannbäume von G. Zeigen Sie, daß es Spannbäume $T_1, T_2, \ldots, T_k$ gibt, so daß $T = T_1$, $T' = T_k$, T_{i+1} für $i = 1, \ldots, k-1$ jeweils durch einfachen Kantentausch aus T_i hervorgeht, und so daß alle T_i ebenfalls minimale Spannbäume von G sind.