Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 2001
Übungsblatt 1
3. Mai 2001

Diskrete Strukturen II

Vorbemerkung: Die Wahl des Wahrscheinlichkeitsraumes ist bei solchen Textaufgaben oft Teil des Problems und ist i.allg. nicht eindeutig, wenn es auch meist nur wenige sinnvolle Alternativen geben mag. Wer also die gleichen Werte mit einer vernünftigen Konstruktion eines anderen W–Raumes erhält, hat auch eine korrekte Lösung.

Aufgabe 1

Auf einer Party sind zwölf Leute anwesend. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Geburtstage in verschiedene Monate fallen? Nehmen Sie dabei Gleichverteilung der Geburtstage über die Monate an.

Aufgabe 2

(Ziegenproblem) Die Kandidatin einer Fernsehshow darf zwischen drei Türen wählen, um ihren Gewinn zu ermitteln. Hinter einer davon befindet sich ein teures Auto, während hinter den beiden anderen als Trostpreis jeweils eine Ziege wartet. Um die Spannung zu steigern, öffnet der Showmaster, nachdem die Kandidatin gewählt hat, eine der beiden übrigen Türen, hinter der sich (wie er weiß) eine Ziege befindet, und bietet der Kandidatin an, die Tür noch einmal zu wechseln. Würden Sie an ihrer Stelle dieses Angebot annehmen? Oder ist es nicht egal, ob die Kandidatin sich umentscheidet?

Wer die - einfache - Lösung nicht glauben will, kann es ausprobieren, siehe etwa `http://www.mste.uiuc.edu/reese/monty/MontyGame5.html`.

Erstaunlicherweise löst dieses Problem immer wieder sehr kontroverse Diskussionen aus.

Aufgabe 3

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte ganze Zahl $x \in \{1, \ldots, 100\}$ durch 2 oder 5 teilbar ist? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist x nicht durch 4,8,10 teilbar?

Aufgabe 4

Sie schießen mit einem Luftgewehr auf eine Schießscheibe. Die Schießscheibe ist quadratisch, 15 mal 15 cm, innen liegen Ringe, der Durchmesser des größten Ringes ist 10 cm, der innere schwarze Ring hat 1 cm Durchmesser.

Wir nehmen zur Vereinfachung an, daß Sie gleichverteilt treffen. D.h. jede Teilmenge, der man (vernünftig, die Details sind subtil!) eine Fläche zuordnen kann, wird mit einer WS getroffen, die dem Anteil an der Gesamtfläche $(15\text{ cm})^2$ entspricht. Weitherhin seien die Luftgewehrkugeln mathematisch punktförmig.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $\Pr[\{(7.5, 7.5)\}]$, daß sie *exakt* in die Mitte treffen? Wie groß ist die WS $\Pr[D]$, daß Sie *exakt* mindestens eine der Diagonalen treffen?

b) Mit welcher WS $\Pr[R]$ treffen Sie einen der Ringe und mit welcher WS $\Pr[S]$ treffen sie den inneren, schwarzen Ring. Was ist die WS, daß Sie die untere Hälfte der Scheibe treffen, $\Pr[U]$?

c) Wie groß ist die WS, daß Sie den inneren, schwarzen Ring treffen, *bedingt* darauf, daß Sie überhaupt einen Ring getroffen haben, also $\Pr[S|R]$? Wie groß ist die WS, daß Sie einen Ring getroffen haben, bedingt darauf, daß Sie die untere Hälfte der Scheibe getroffen haben, also $\Pr[R|U]$? Wie groß ist die WS, daß Sie die untere Hälfte der Scheibe getroffen haben, bedingt darauf, daß einen Ring getroffen haben, also $\Pr[U|R]$?