Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 2001
Übungsblatt 8
5. Juli 2001

Diskrete Strukturen II

Abgabe bis zum 12. Juli 2001, 10:00.

Aufgabe 1

In der Vorlesung wurde gezeigt, daß für die Dichte $\varphi(x; 0, 1) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2})$ einer standardnormalverteilten Zufallsvariablen gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x; 0, 1) dx = 1.$$

Benutzen Sie dies, um zu zeigen, daß

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x; \mu, \sigma) dx = 1.$$

Aufgabe 2

Sei X eine beliebige Zufallsvariable mit Varianz $\mathrm{Var}[X] = \sigma^2$ und $\mathbb{E}[X] = \mu$. Berechen Sie Erwartungswert und Varianz der zugehörigen *normierten Zufallsvariablen*

$$\hat{X} := \frac{X - \mathbb{E}[X]}{\sigma}.$$

Welche Dichte hat $\hat{X}$, in dem speziellen Fall, daß $f_X(x) = \varphi(x; \mu, \sigma)$?

Aufgabe 3

Sei X normalverteilt mit $f_X(x) = \varphi(x; \mu, \sigma)$. Drücken Sie $\Pr[a \leq X \leq b]$ aus mittels der Verteilungsfunktion einer standardnormalverteilten Zufallvariablen, also mittels $\Phi(\cdot\,; 0, 1)$. Sei nun speziell $\mu = 10$, $\sigma = 30$. Berechnen Sie mit der oben hergeleiteten Formel die Wahrscheinlichkeit $\Pr[-5 \leq X \leq 45]$.

Aufgabe 4

a) Ein Stab der Länge l werde an einer zufällig (gleichverteilt) gewählten Stelle in zwei Teile zerbrochen. Sei V die Länge des kleineren Teilstabs. Berechnen Sie den Erwartungswert $\mathbb{E}[V]$ und die Varianz $\mathrm{Var}[V]$.
b) In einem Dreieck mit Grundseite g und zugehöriger Höhe h werde ein Punkt P gleichverteilt (über die Dreiecksfläche) gewählt. X sei die Entfernung von P zur Grundseite. Was ist die Dichte von X?