Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2001/02
Übungsblatt 2
26. Oktober 2001

Komplexitätstheorie

Abgabetermin: Freitag, den 2. November 2001 in der Vorlesung

Hinweis: Die Übung findet immer Dienstags von 16:00 bis 17:30 Uhr im Raum 2705 statt. Erste Übung am 30. Oktober 2001.

Aufgabe 1

Geben Sie einen Polynomialzeitalgorithmus für das Problem 2-SAT an.

Aufgabe 2

Gegeben sei für den Parameter $n \in \mathbb{N}$ eine Disjunktion von n Literalen,

$$F_n(\vec{x}) = \bigvee_{i=1}^{n} x_i$$

Geben Sie für die Fälle $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ und $n \geq 4$ eine Boolesche Formel in CNF an, die zu $F_n(\vec{x})$ äquivalent (d.h., erfüllbar ist genau dann, wenn $F_n(\vec{x})$ erfüllbar) ist.

Aufgabe 3

Sei N eine nicht-deterministische Turingmaschine und A die (i.a. nicht berechenbare) Menge $\{(x, C) : C$ ist eine Konfiguration von N, von der aus bei Eingabe x eine akzeptierende Endkonfiguration erreicht werden kann $\}$. Betrachten Sie eine deterministische Orakelmaschine, die N mit Hilfe des Orakels A zu simulieren versucht, indem sie bei jedem nicht-deterministischen Schritt von N die erste der beiden Nachfolgekonfigurationen wählt, die zusammen mit der vorliegenden Eingabe in A enthalten ist.

1. Warum funktioniert die angegebene Simulationsidee im allgemeinen nicht ?
2. Geben Sie eine hinreichende Bedingung für N an, so daß die angegebene Methode funktioniert.

Aufgabe 4

Sei $t(n) > n$. Zeigen Sie, daß

$$\begin{aligned}
A, B \in DTIME(t) &\;\Rightarrow\; A \cap B,\ A \cup B \in DTIME(t) \\
A, B \in DSPACE(t) &\;\Rightarrow\; A \cap B,\ A \cup B \in DSPACE(t) \\
A, B \in NTIME(t) &\;\Rightarrow\; A \cap B,\ A \cup B \in NTIME(t) \\
A, B \in NSPACE(t) &\;\Rightarrow\; A \cap B,\ A \cup B \in NSPACE(t)
\end{aligned}$$

D.h., diese Klassen sind gegenüber Schnitt und Vereinigung abgeschlossen.