Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2001/02
Übungsblatt 4
9. November 2001

Komplexitätstheorie

Abgabetermin: Freitag, den 16. November 2001 in der Vorlesung

Aufgabe 1

Gesucht sei eine deterministische Turingmaschine M, die als Input eine Zahl n in Binärdarstellung erhält und die Unärdarstellung dieser Zahl n möglichst effizient berechnet. Bestimmen Sie eine möglichst scharfe obere Schranke für die Laufzeit von M.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, wie eine deterministische k-Band-Turingmaschine M, die in Zeit $t(n)$ läuft, durch eine deterministische 2-Band-Turingmaschine in Zeit $t(n) \log t(n)$ simuliert werden kann.

Aufgabe 3

Betrachten Sie eine deterministische k-Band Turingmaschine M ohne Eingabeband. In der Vorlesung wurde gezeigt (Linear Speed-Up Theorem), wie sich eine solche Maschine um einen linearen Faktor beschleunigen läßt. Dazu wurden das Alphabet und die Zustandsmenge der Maschine M verändert, so dass jeweils m Symbole der alten Turingmaschine M in ein Symbol der neuen, beschleunigten Turingmaschine kodiert werden. Danach werden m Schritte der Maschine M durch sechs Schritte der beschleunigten Maschine ersetzt. Nach dieser kurzen Erinnerung betrachten Sie bitte die folgenden Aufgaben:

1. Gegeben sei nun eine deterministische 1-Band Turingmaschine M ohne Eingabeband. Zeigen Sie, dass in diesem Fall mit der obigen Methode zur Beschleunigung nicht mehr sechs Schritte zur Simulation von m Schritten benötigt werden, sondern drei Schritte ausreichen.

2. Zeigen Sie, dass drei Schritte nicht mehr ausreichen, falls M mehr als ein Arbeitsband besitzt.

3. ZUSATZAUFGABE (5 Zusatzpunkte): Können Sie zeigen, dass es eine Bandzahl k gibt, für die fünf Schritte nicht mehr ausreichen?

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass jede Einband-Turingmaschine M, die die Sprache aller Palindrome entscheidet, Zeit $\Omega(n^2)$ benötigt. *Hinweis:* Betrachten Sie für je zwei benachbarte Zellen des Bandes die Folge der Zustände der Turingmaschine, wenn der Kopf jeweils von der einen zur anderen Stelle wechselt, und argumentieren Sie, dass diese Folgen für alle Zellpaare verschieden sein müssen.