Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2001/02
Übungsblatt 5
16. November 2001

# Komplexitätstheorie

*Abgabetermin: Freitag, 23. November 2001, in der Vorlesung*

## Aufgabe 1

Der $Kleene - Stern$ einer Sprache $L$ ist definiert durch

$$L^* = \{u_1 \ldots u_k \mid k \geq 0 \text{ und } u_1, \ldots, u_k \in L\}$$

Zeigen Sie, dass die Komplexitätsklassen $\mathcal{P}$ und $\mathcal{NP}$ unter Vereinigung, Schnitt und dem Kleene-Stern abgeschlossen sind.

## Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass $\mathcal{NP} \neq \mathrm{SPACE}(n)$.
**Hinweis:** Benutzen Sie Abgeschlossenheit/Nichtabgeschlossenheit unter einer bestimmten Operation.

## Aufgabe 3

Sei $A$ eine Sprache mit $A \neq \emptyset,\ \Sigma^*$. Zeigen Sie:

1. Es gilt $L \leq_m^p A$ für alle $L \in \mathcal{P}$.
2. Ist $A$ $\mathcal{NP}$-vollständig und $B \in \mathcal{P}$ mit $B \subseteq A$, dann ist auch $A - B$ $\mathcal{NP}$-vollständig.

## Aufgabe 4

Zeigen Sie die folgende Aussage:
Für $S_1 = o(S_2)$ und $S_2 = \Omega(\log)$, $S_2$ platzkonstruierbar, gilt:

$$\mathrm{NSPACE}(S_1) \subsetneq \mathrm{NSPACE}(S_2)$$

**Hinweis:** Verwenden Sie einen universellen Simulator für $\mathrm{NSPACE}(S_1)$ und ein Analogon zu der im Beweis des deterministischen Platzhierarchiesatzes konstruierten Sprache $L$ für nicht-deterministische Turingmaschinen.