Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2001/02
Übungsblatt 9
14. Dezember 2001

Komplexitätstheorie

Abgabetermin: Freitag, 21. Dezember 2001, in der Vorlesung

Aufgabe 1

Es sei A eine Sprache in in $P/poly$. Zeigen Sie: Es gibt eine dünne (*sparse*) Sprache S, so dass $A \in P(S)$.

Aufgabe 2

Es sei S eine dünne Sprache und $A \in P(S)$. Zeigen Sie: $A \in P/poly$.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die folgende Prozedur, die in Schritt n die Mengen $A_{n,0}, A_{n,1}, \ldots, A_{n,2^n}$ erzeugt. Dabei bezeichnet im untenstehenden Pseudocode x_i^n den i-ten String der Länge n in $\{0,1\}^*$ in Bezug auf die lexikographische Anordnung.

Schritt n:
$A_{n,0} = \emptyset$
for $i := 1$ to 2^n do
    $total := 0$
    $accep := 0$
    for each $w \in \{0,1\}^*$, $|w| \le n^{\log n}$, do
        if w encodes a circuit C with n inputs which
        decides $A_{n,i-1}$ correctly on all the previous
        words $x_1^n, x_2^n, \ldots, x_{i-1}^n$, then
            $total := total + 1$
            if circuit C outputs 1 on x_i^n then $accep := accep + 1$
        end for w
    if $accep > total/2$
        then $A_{n,i} := A_{n,i-1}$
        else $A_{n,i} := A_{n,i-1} \cup \{x_i^n\}$
    end for i end

Es sei nun $A := \bigcup_{n \ge 0} A_{n,2^n}$. Zeigen Sie, dass $A \in$ EXPSPACE.

Aufgabe 4

Seien die Bezeichnungen wie in Aufgabe 3, und sei p ein beliebiges Polynom. Zeigen Sie, dass die Menge A nicht von Schaltkreisen der Länge $\le p(n)$ entschieden werden kann.