Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Dr. Volker Heun

Sommersemester 2002
Übungsblatt 4
28. Mai 2002

Algorithmische Bioinformatik II

Abgabetermin: Dienstag, den 4. Juni um 10^{15} in der Vorlesung

Aufgabe 1

Sei (V, M, F) eine Eingabe für das *Bounded Degree Interval Sandwich Problem*, wobei

$$\begin{aligned} V &= \{0,\ldots,9\}, \\ M &= \Big\{\{0,2\},\{0,4\},\{0,6\},\{0,9\},\{1,4\},\{1,5\},\{1,6\},\{1,7\}, \\ &\qquad \{2,9\},\{3,4\},\{5,7\},\{6,8\}\Big\}, \\ F &= \Big\{\{2,8\},\{3,7\},\{3,9\},\{5,8\}\Big\}. \end{aligned}$$

Ist $V' = \{0,1,4,6,8,\} \subsetneq V$ bzw. V für $d = 4$ ein zulässiger Kern? Gib dazu eine Folge zulässiger Kern-Paare an, die jeweils das vorherige Kern-Paar um ein Element erweitern, oder eine Begründung, warum es keine solche Folge geben kann.

Hinweis: Man kann entweder alle $\Theta(n^{d-1})$ mögliche Kerne ausprobieren (sic!) oder erst eine schöne Zeichnung des Graphen finden ($\rhd\!\!\diamond\!\!\lhd$).

Aufgabe 2

Zeige, dass es genau $\prod_{i=2}^{n}(2i-3)$ verschiedene ungeordnete, erweiterte binäre evolutionäre Bäume für n Spezies gibt.

Erinnerung: In einem evolutionären Baum mit n Blättern sind die internen Knoten unmarkiert und der Einfachheit halber sind den Blätter die Elemente aus $[1:n]$ bijektiv zugeordnet.

Ein binärer Baum heißt *erweitert*, wenn er keinen Knoten mit genau einem Kind besitzt. Ein binärer Baum heißt *geordnet*, wenn die Reihenfolge der Kinder eines Knotens vorgegeben ist, andernfalls heißt er *ungeordnet*.

Freiwillige Zusatzaufgabe: Zeige, dass es genau $\frac{n!}{n}\binom{2(n-1)}{n-1}$ verschiedene geordnete, erweiterte binäre (evolutionäre) Bäume für n Spezies gibt.

Aufgabe 3

Sei $\mathbb{R}^{\mathbb{N}} := \{(x_1, x_2, \ldots) \mid \forall i \in \mathbb{N} : x_i \in \mathbb{R}\}$ die Menge aller reellen Folgen. Wir definieren $\delta(x,y) = 2^{-n(x,y)}$ für alle $x, y \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, wobei $n(x,y) = \max\{i \in \mathbb{N}_0 \mid \forall j \in [1:i] : x_j = y_j\}$.

Beweise oder widerlege: δ ist eine Ultra-Metrik auf $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$.