Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Dr. Volker Heun

Sommersemester 2002
Übungsblatt 5
4. Juni 2002

Algorithmische Bioinformatik II

Abgabetermin: Dienstag, den 11. Juni um 10^{15} in der Vorlesung

Aufgabe 1

Sei D eine symmetrische 9×9-Matrix D, die durch die rechte obere Dreiecksmatrix im Bild rechts definiert ist. Entscheide, ob die Matrix D ultrametrisch ist oder nicht. Falls sie ultrametrisch ist, so gib den zugehörigen ultrametrischen Baum an.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	7	4	5	5	7	4	5	7
2		0	7	7	7	6	7	7	3
3			0	5	5	7	1	5	7
4				0	5	7	5	5	7
5					0	7	5	2	7
6						0	7	7	6
7							0	5	7
8								0	7
9									0

Aufgabe 2

a) Zeige, dass jede ultrametrische Matrix additiv ist.

b) Konstruiere eine Matrix, die extern additiv, jedoch nicht ultrametrisch ist.

c) Sei D eine externe additive Matrix. Zeige, dass D ultrametrisch ist, wenn es einen externen additiven Baum T für D und einen Knoten $v \in V(T)$ gibt, so dass jedes Blatt denselben Abstand von v besitzt.

Aufgabe 3

Sei $D = (d_{i,j})_{i,j\in[1:n]}$ eine ultrametrische $n{\times}n$-Matrix mit $d_{i,i} = 0$ und $d_{i,j} = d_{j,i} > 0$ für alle $i \neq j \in [1 : n]$.

Seien $k < \ell \in [1 : n]$ so gewählt, dass $d_{k,\ell}$ ein minimaler positiver Eintrag der Matrix ist, d.h.

$$d_{k,\ell} = \min\{d_{i,j} \mid i \neq j \in [1 : n]\} > 0.$$

Zeige, dass dann für alle $i, j \in [1 : n]$ gilt: $d_{i,k} = d_{i,\ell}$.

Entwerfe mit Hilfe der gezeigten Behauptung einen Algorithmus zur Konstruktion eines ultrametrischen Baumes, der einen Zeitbedarf von $O(n^2)$ hat.