Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Dr. Volker Heun

Sommersemester 2002
Übungsblatt 8
25. Juni 2002

Algorithmische Bioinformatik II

Abgabetermin: Dienstag, den 2. Juli um 10^{15} in der Vorlesung

Aufgabe 1

Zeige, dass es eine binäre $n \times m$-Matrix M gibt, die keine perfekte Phylogenie (also einen zugehörigen phylogenetischen Baum) besitzt, deren abgeleitete Distanzmatrix D_M jedoch ultrametrisch ist, wobei

$$D_M(i,j) = m - |\{c \in [1:m] \mid M(i,c) = M(j,c) = 1\}|.$$

Aufgabe 2

Gegeben seien die beiden folgenden binären 9×9-Matrizen D_ℓ und D_h. Entscheide, ob es eine ultrametrische Matrix $D \in [D_\ell, D_h]$ gibt oder nicht. Gib dazu entweder einen ultrametrischen Baum für M an oder eine Begründung, dass dies nicht möglich ist.

D_ℓ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	6	5	6	1	5	6	7	6
2		0	4	5	6	3	5	5	3
3			0	6	5	4	5	1	3
4				0	4	7	1	5	6
5					0	5	5	6	5
6						0	6	4	1
7							0	5	5
8								0	3
9									0

D_h	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	9	8	7	5	8	9	8	9
2		0	7	8	7	6	9	7	4
3			0	8	9	6	9	4	7
4				0	6	8	4	9	8
5					0	8	6	9	9
6						0	8	8	4
7							0	8	9
8								0	7
9									0

Aufgabe 3

Seien $D_\ell \leq D_h$ zwei $n \times n$-Distanzmatrizen (also symmetrisch und mit Nullen auf den Hauptdiagonalen) und seien $k, \ell \in [1:n]$ so gewählt, dass $D_\ell(k,\ell) = \mathrm{MAX}(D_\ell)$ gilt. Dann ist der Graph $G_{k,\ell} = (V, E_{k,\ell})$ durch $V = [1:n]$ und $E_{k,\ell} = \{\{i,j\} \mid D_h(i,j) < D_\ell(k,\ell))\}$ definiert.

Zeige, dass es keine ultrametrische Matrix $U \in [D_\ell, D_h]$ geben kann, wenn $G_{k,\ell}$ zusammenhängend ist.