Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Dr. Volker Heun

Sommersemester 2002
Übungsblatt 9
2. Juli 2002

Algorithmische Bioinformatik II

Abgabetermin: Dienstag, den 9. Juli um 10^{15} in der Vorlesung

Aufgabe 1

Unten ist der Kruskal-Algorithmus zur Konstruktion minimaler Spannbäume unter Verwendung, der in Vorlesung erläuterten Union-Find-Datenstruktur angegeben.

Zeige, dass die Laufzeit durch $O(n^2)$ beschränkt ist.

```
KRUSKAL(G = (V, E, γ))
{   /* O.B.d.A. gelte γ(e_1) ≤ ··· ≤ γ(e_m) mit E = {e_1, ..., e_m} */
    set E' = ∅
    for (i = 1; i ≤ m; i++)
    {
        Sei e_i = {v, w};
        k = FIND(v);
        ℓ = FIND(w);
        if (k ≠ ℓ)
        {
            E' = E' ∪ {e_i};
            UNION(k, ℓ);
            if (|E'| == |V| − 1) return (V, E');
        }
    }
}
```

Aufgabe 2

Sei F ein Feld der Länge n, das ganze Zahlen als Einträge besitzt. Die Tabelle T soll für $i \leq j \in [1:n]$ die folgenden Werte beinhalten:

$$T[i,j] = k \quad \text{mit} \quad F[k] = \min\{F[\ell] \mid \ell \in [i:j]\}.$$

Zeige, dass sich diese Tabelle mit $O(n^2)$ Vergleichen konstruieren lässt.

Aufgabe 3

Sei T_h ein vollständiger binärer Baum T der Höhe h, d.h. jeder Pfad von der Wurzel zu einem Blatt hat dieselbe Länge h (die Länge eines Pfades die Anzahl seiner Kanten).

Zeige, wie man eine Vorverarbeitung auf T_h in linearer Zeit durchführen kann, so dass anschließend jede lca-Anfrage (least common ancestor, niedrigster gemeinsamer Vorfahre) in konstanter Zeit durchgeführt werden kann.

Hinweis: Es wird dabei vorausgesetzt, dass Bitoperationen auf Zahlen, deren Binärdarstellung Länge $O(h)$ besitzt, in konstanter Zeit ausgeführt werden können.