Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

Sommersemester 2002
Übungsblatt 10
2. Juli 2002

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Aufgabe 1

Gegeben sei das lineare Programm:

$$\begin{array}{lrrrl}
\max & 2/5x_1 & +2/5x_2 & -9/5x_3 & \\
 & 3/5x_1 & -32/5x_2 & +24/5x_3 & \leq 0 \\
 & 1/5x_1 & -9/5x_2 & +3/5x_3 & \leq 0 \\
 & 2/5x_1 & -8/5x_2 & +1/5x_3 & \leq 0 \\
 & & & & (x_i \geq 0, i = 1, 2, 3)
\end{array}$$

Das Pivot–Element werde nach folgenden Kriterien bestimmt:

I. Als Pivot–Spalte wird diejenige gewählt, für die der reduzierte Kostenkoeffizient am negativsten ist (Steilster–Abstieg–Regel). Bei konkurrierenden Spalten wähle man die mit dem kleinsten Index.

II. Wenn die Pivot–Zeile nicht eindeutig bestimmt ist, wähle man die mit dem kleinsten Index.

Geben Sie die ersten sieben Tableaus an und zeigen Sie, daß der Simplex–Algorithmus in eine Endlosschleife einmündet.

Aufgabe 2

Gegeben seien n Meßwerte einer Funktion $y(x)$ in der Form $\{(x_i, y_i)\}_{i=1,\cdots,n}$. Gesucht ist eine Gerade, so daß der maximale *vertikale* Abstand der Punkte (x_i, y_i) von der Geraden minimal ist. Formulieren Sie dieses Problem als lineares Programm und bestimmen Sie das zugehörige duale Programm.

Aufgabe 3

Es sei (P) ein LP in Standardform und (D) das zugehörige duale Programm. Zeigen oder widerlegen Sie:

a) Hat (P) eine optimale Lösung, aber keine degenerierte optimale Lösung, so hat (D) eine eindeutig bestimmte optimale Lösung.

b) Falls (P) eine degenerierte Lösung hat, so hat (D) *keine* eindeutig bestimmte optimale Lösung.

Ein Lösung heißt degeneriert, wenn eine oder mehr Basisvariablen den Wert Null besitzen.

Aufgabe 4

Entwickeln Sie einen möglichst effizienten Algorithmus zum Lösen linearer Gleichungssysteme, in denen jede Gleichung höchstens zwei Unbekannte umfaßt.