Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

Sommersemester 2002
Übungsblatt 5
21. Mai 2002

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Aufgabe 1

Beschreiben Sie einen Algorithmus, der für (ungerichtete) planare Netzwerke $N = (V, E, c; s, t)$ in $\mathcal{O}(n \log n)$ Schritten einen minimalen s-t Schnitt bestimmt, unter der Voraussetzung, daß die Kapazitätsfunktion c nichtnegativ ist, und s und t auf dem Rand des Außengebiets liegen.

Tip: Betten Sie den planaren Graphen (V, E) in die Ebene ein und konstruieren Sie daraus einen neuen planaren Graphen, dessen Knoten genau den Flächen des ursprünglichen Graphen entsprechen (dualer Graph).

Aufgabe 2

Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *outerplanar*, falls es eine planare Einbettung in die Ebene gibt, so daß alle Knoten auf dem Rand des äußeren Gebietes liegen.
Beschreiben Sie einen Algorithmus, der in Zeit $\mathcal{O}(n)$ erkennt, ob ein Graph G outerplanar ist und, falls ja, die Reihenfolge der Knoten auf dem äußeren Gebiet bestimmt. (Ihr Algorithmus sollte den in der Vorlesung verwendeten Planaritätstest *nicht* verwenden.)

Aufgabe 3

a) Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit $O(n)$ an, der für einen Graphen $G = (V, E)$ eine Ordnung der Knoten $v_1, \ldots, v_n$ berechnet, wie sie für den in der Vorlesung beschriebenen Algorithmus zum Zeichnen planarer Graphen benötigt wird (Die von v_k zu $\{v_1, \ldots, v_{k-1}\}$ führenden Kanten enden an nebeneinanderliegenden Knoten auf dem Rand des äußeren Gebiets der Einbettung von $G[\{v_1, \ldots, v_k\}]$.).

   Tip: Berechnen Sie $v_1, v_2, \ldots, v_n$ in dieser Reihenfolge. Wie kann man in jedem Schritt durch geeignete Markierungen an den Knoten einen passenden Kandidaten für den nächten Knoten finden?

b) Der in der Vorlesung beschriebene Algorithmus zum Zeichnen planarer Graphen verwendet eine spezielle Datenstruktur für folgende Aufgabe: Gegeben seien Punkte im $\mathbb{R}^2$. Für diese Punktemenge sollen sogenannte Bereichsanfragen möglichst effizient bearbeitet werden. Bei einer solchen Anfrage wird zu einem Bereich

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid a \leq x \leq b \ \vee \ c \leq y \leq d\}$$

   (also einem achsenparallelen Rechteck) die Anzahl der Punkte in B gesucht. Suchen Sie in der Literatur hierfür eine geeignete Datenstruktur.

   Tip: Als Ausgangspunkt für eine solche Suche ist neben einer Standard-WWW-Suchmaschine auch www.citeseer.com sehr hilfreich.