Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Angelika Steger

Sommersemester 2002
Übungsblatt 8
18. Juni 2002

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Aufgabe 1

Beschreiben Sie einen Algorithmus, der in Zeit $\mathcal{O}(n^3)$ für Graphen $G = (V, E)$ mit der Eigenschaft

$$(*) \qquad \forall \{u, v\} \in \binom{V}{2} \setminus E : \ \deg(u) + \deg(v) \geq n$$

ein perfektes (n gerade) bzw. fast-perfektes (n ungerade) Matching bestimmt.
Können Sie Ihren Algorithmus so modifizieren, daß er auch dann funktioniert, wenn man in der obigen Bedingung (*) nur $n-1$ statt n fordert?

[TIP: Ein Resultat aus DS1 ist sehr hilfreich bei der Lösung dieses Problems.]

Aufgabe 2

Überlegen Sie sich einen Algorithmus, der in linearer Zeit ein maximales Matching in Bäumen bestimmt.

Aufgabe 3

Betrachten Sie folgende Variante des *Bin Packing* Problems:
Gegeben sind eine Zahl $B \in \mathbb{N}$ und n weitere paarweise verschiedene natürliche Zahlen $a_1, \ldots, a_n$, wobei $B/3 < a_i \leq B$ für alle $i = 1, \cdots, n$ gelte. Gesucht ist eine Partition der a_i in möglichst wenige Mengen („bins“), so daß für jede dieser Mengen die Summe der darin enthaltenen a_i's höchstens B ist.

a) Formulieren Sie dieses Problem als Matching Problem.

b) Geben Sie einen einfachen Algorithmus für dieses Problem an. (Dieser muß nichts mit Matchings zu tun haben…!)

Aufgabe 4

Zeigen Sie, daß sich die Kantenmenge jedes k-regulären bipartiten Graphen in k perfekte Matchings partitionieren läßt.