Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 2002
Übungsblatt 9
22. Juni 2002

Einführung in die Informatik IV

Abgabetermin: Dienstag, 25. Juni 2002, bis 11:00Uhr im Briefkasten bei S0314

Wir betrachten die While- und Goto-Sprache, die durch die syntaktischen Komponenten

1. Variablen $x_0, x_1, x_2, \ldots$,
2. Konstanten $0, 1, 2, \ldots$,
3. Operatoren $+, -$, Vergleichszeichen $\neq$ und Trennzeichen $';' , ':='$,
4. Schlüsselwörter **while do od**(While-Sprache) / **if then goto**,**halt** (Goto-Sprache)

definiert sind. Ein While-Programm ist induktiv wie folgt definiert:

1. Eine Zuweisung $x_i := x_i \pm 1$ ist ein While-Programm,
2. Falls P_1, P_2 While-Programme sind, dann ist $P_1; P_2$ ein While-Programm,
3. Falls P ein While-Programm ist, dann ist **while** $x_i \neq 0$ **do** P **od** ein While-Programm.

Ein Goto-Programm ist eine endliche Sequenz $M_1{:}A_1; M_2{:}A_2; \ldots M_r{:}A_r$, wobei $M_1, M_2, \ldots, M_r$ Marken und $A_1, A_2, \ldots, A_r$ Anweisungen der Art $x_i := x_j \pm c$ ($c \in \mathbb{N}_0$), **if** $x_i \neq 0$ **then goto** M_j und **halt** sind (der unbedingte Sprungbefehl fehlt in unserer Definition).

Aufgabe 1

Wie kann die Anweisung **if** $x_i \neq 0$ **then** P_1 **else** P_2 **fi** mit einem While-Programm simuliert werden?

Aufgabe 2

Zeigen Sie direkt (ohne Umwege über Turing-Maschinen): Jede While-berechenbare Funktion ist auch Goto-berechenbar.

Aufgabe 3

Ein 2-Kellerautomat $(Q, \Sigma, \Delta, \delta, q_0, Z_0, Z_0')$ ist ein Kellerautomat, der einen zweiten Keller enthält (der mit Z_0' initialisiert wird). Die Übergangsfunktion

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Delta \times \Delta \to \mathcal{P}_e(Q \times \Delta^* \times \Delta^*)^1$$

beschreibt die Vorgehensweise des 2-KA wie folgt. Liest der 2-KA im Zustand q die Eingabe a (auch $a = \epsilon$ möglich) und sind Z_1, Z_2 die obersten Zeichen der beiden Keller und gilt $(q', \alpha_1, \alpha_2) \in \delta(q, a, Z_1, Z_2)$, dann kann der 2-KA in den Zustand q' übergehen und hierbei Z_i durch α_i ersetzen $(i = 1, 2)$.

[1] $\mathcal{P}_e$ bezeichnet die Menge aller endlichen Teilmengen.

(a) Zeigen Sie: Jede 1-Band-Turingmaschine kann durch einen 2-Kellerautomat simuliert werden.

(b) Gilt dies auch, falls der 2-Kellerautomat deterministisch ist?
Hinweis: 'deterministisch' ist wie beim Kellerautomat definiert.

Aufgabe 4

(a) Geben Sie ein While-Programm an, das den größten gemeinsamen Teiler von x_1 und x_2 berechnet ($x_1, x_2 \in \mathbb{N}, x_1, x_2 \neq 0$).

(a) Geben Sie eine Turing-Maschine an, die, falls das Band mit $bin(n)\#$ initialisiert wird, die Funktion $f(n) = \lfloor \log_2 n \rfloor$ berechnet (das Band soll nach Terminierung mit $bin(\lfloor \log_2 n \rfloor)\#$ beginnen).