Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2002/03
Übungsblatt 10
20. Dezember 2002

# Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

*Letzter Abgabetermin: 13. Januar 2003 (vor der Übung)*

## Aufgabe 1

Gegeben seien $n$ $d$-stellige Zahlen (d.h. ggf. führende Nullen) bezüglich einer Basis $r$, die mit den Verfahren Forward Radixsort bzw. Backward Radixsort sortiert werden sollen. Hierzu werden, wie in der Vorlesung erwähnt, iterativ die einzelnen Stellen der Zahlen betrachtet (von der höchstwertigsten zur niederwertigsten bzw. von der niederwertigsten zur höchstwertigsten).

a) Beschreiben Sie kurz die beiden Verfahren und geben Sie einen Korrektheitsbeweis an.

b) Welche wort-case Laufzeiten ($\mathcal{O}$-Notation) besitzen die beiden Verfahren, in Abhängigkeit von den oben angegebenen Parametern? Begründen Sie Ihre Antwort.

## Aufgabe 2

Es soll nun das Verfahren Backward Radixsort untersucht werden.

a) Zeigen Sie, dass $n$ $d$-stellige Binärzahlen in Zeit $\mathcal{O}(d/r(n+2^r)$, für ein beliebiges $r < d$, sortiert werden können.

b) Beschreiben Sie, wie man mit Hilfe der Lösung aus Teilaufgabe a) $n$ Zahlen aus dem Intervall $[1, n^2]$ in Zeit $\mathcal{O}(n)$ sortieren kann.

c) Erläutern Sie, warum die lineare Laufzeit aus Teilaufgabe b) nicht der unteren Schranke $\Omega(n \log n)$ für Sortieralgorithmen widerspricht.

*Hinweis*: Wandeln Sie die Zahlen geeignet um, indem Sie einzelne Stellen zusammenfassen.

## Aufgabe 3

Sie $R$ eine Menge mit $r$ Zeichen. Es soll eine Menge $X \subset R^*$, bestehend aus $n$ Zeichenketten, lexikographisch sortiert werden. Hierzu sei eine beliebige Ordnung auf der Menge $R$ definiert. Im Gegensatz zu den vorangegangenen Aufgaben können die Zeichenketten nun unterschiedlich lang sein.

Geben Sie ein Verfahren an, das die Idee von Backward Radixsort aufgreift und die Sortierung in Zeit $\mathcal{O}(r\hat{l} + l)$ erzielt. Hierbei sei $\hat{l}$ die maximale Länge einer Zeichenkette in $R$ und $l$ die Summe der Längen aller Wörter in $R$.

## Aufgabe 4

Seien $A$ und $B$ zwei sortierte Mengen von Schlüsseln. Zeigen Sie, wie der Median der (disjunkten) Vereinigung $A \uplus B$ mit $O(\log(|A| + |B|))$ Vergleichen bestimmt werden kann.

**Frohe und gesegnete Weihnachten**
**und einen guten Rutsch ins Neue Jahr!**