Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2002/03
Übungsblatt 7
29. November 2002

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Letzter Abgabetermin: Montag, 9. Dezember 2002 (vor der Übung)

Aufgabe 1

In den Bäumen eines Fibonacci-Heaps ist es nach Konstruktionsvorschrift erlaubt, dass von jedem inneren Knoten ein Kind entfernt werden darf, ohne dass der Baum restrukturiert werden muss. Hierdurch können vollständig entartete Bäume entstehen, d.h. Bäume, deren Tiefe in $\Omega(n)$ liegt, wobei n die Anzahl der Knoten im Baum sei. Beschreiben Sie eine Abfolge von Operationen, mit der, angefangen bei einem leeren Heap, ein derartiger Baum entsteht.

Aufgabe 2

In dieser Aufgabe soll die Realisierung eines Radix-Heaps untersucht werden. Dabei sollen Elemente aus der Menge $\{0, \ldots, C\}$ im Heap gespeichert werden. Ein Heap soll in einer Datenstruktur gespeichert sein, die folgende Elemente besitzt:

$B = \lceil \log_2(C+1) \rceil + 1$	Anzahl der Buckets
$b[1..B]$	Array mit Verweisen auf die Buckets, die als doppelt verkettete Listen realisiert sind
$u[0..B]$	Schranken der Buckets

a) Geben Sie in Pseudo-Code die Realisierung der Delete-Min-Operation an. Verwenden Sie dabei die oben angegebene Datenstruktur.

b) Gelte nun $C = 128$.

- Geben Sie eine graphische Darstellung (d.h. eine Darstellung des Arrays b mit seinen Listen sowie der Werte aus dem Array u) des Radix-Heaps an, der entsteht, wenn die Werte

  `100, 29, 50, 17, 72, 49, 18, 42, 31, 24, 117`

  in einen leeren Heap eingefügt werden.

- Führen Sie auf diesem Heap eine Delete-Min-Operation aus und geben Sie den resultierenden Heap an.

Aufgabe 3

Seien alle Werte, die in einer van-Emde-Boas Priority-Queue gespeichert sind, aus dem Universum $\{0, \ldots, N-1\}$. Beschreiben Sie die DELETE-Operation und zeigen Sie, dass die Laufzeitschranke $\mathcal{O}(\log \log N)$ eingehalten wird.

Aufgabe 4

Eine Union-Find-Struktur soll mittels Färbung der Elemente realisiert werden, d.h. zwei Elementen ist genau dann die gleiche Farbe zugeordnet, wenn sie in der gleichen Menge liegen. Werden zwei Mengen vereinigt, bekommen alle Elemente aus der Vereinigung die gleiche Farbe zugewiesen.

Man kann zeigen, dass es ein Verfahren gibt, bei dem, wenn man mit n 1-elementigen Mengen beginnt, für eine beliebige Folge von UNION-Operationen an deren Ende eine einzige Menge verbleibt (in der alle n Elemente enthalten sind), insgesamt nur $\mathcal{O}(n \log n)$ Umfärbungen nötig sind.

Geben Sie ein solches Verfahren an und begründen Sie, warum dort die Schranke für die Anzahl der Umfärbungen eingehalten wird.

Hinweise zur Midterm-Klausur

- Die Klausur findet am 9. Dezember 2002 um 15:00 Uhr im Hörsaal PH HS 1 statt. Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten. Bitte finden Sie sich rechtzeitig vor der Klausur im Hörsaal ein.
- Die Anmeldung zur Klausur findet im WWW unter folgender URL statt:

  `http://www14.in.tum.de/lehre/2002WS/ea/uebung/anmeldung/`

- Als Hilfsmittel ist nur ein handbeschriebenes DIN A4 Blatt, (Original keine Kopien) zugelassen.
- Die Midterm- und Abschlussklausur werden jeweils mit 50% für die Gesamtnote gewichtet. Zum Erwerb des Scheins sind über 40% der möglichen Punkte nötig.
- Zur Klausur besteht Ausweispflicht, d.h. es muss sowohl ein gültiger Studentenausweis (eine Immatrikulationsbescheinigung reicht nicht aus) als auch ein gültiger amtlicher Lichtbildausweis vorgelegt werden.
- Für die Klausur darf nur das ausgeteilte Arbeitspapier verwendet werden. Bitte schreiben Sie nicht in roter oder grüner Farbe oder mit Bleistift.
- Wer eine vom Prüfungsausschuss genehmigte Verlängerung der Prüfungszeit oder sonstige Ausnahmeregelungen in Anspruch nehmen will, muss diese bei der Übungsleitung (`Klaus.Holzapfel@in.tum.de`) bis spätestens Donnerstag, den 5. Dezember 2002, 12:00 Uhr anmelden.