Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Angelika Steger
Dr. Stefanie Gerke
Alexander Offtermatt-Souza

Wintersemester 2002
Übungsblatt 08

Randomisierte Algorithmen

Abgabetermin. Montag, den 16.12.2002 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 Regenschirme (15 Punkte)

Jemand hat r Regenschirme die er für die Wege zwischen Haus und Büro verwendet. Wenn er am Morgen (am Abend) Zuhause (im Büro) ist und es regnet nimmt er einen Regenschrim mit, falls am entsprechenden Ort einer ist. Wenn es nicht regnet, nimmt er keinen Regenschrim mit. Nehmen wir an, daß es unabhängig von der Vergangenheit am Morgen (am Abend) mit Wahrscheinlichkeit p regnet.

1. Definieren Sie eine Markov-Kette mit $r+1$ Zuständen die uns helfen soll den Anteil der Zeit zu bestimmen, an denen die Person naß wird.
2. Zeigen Sie, daß für die stationäre Verteilung gilt

$$\pi_i = \begin{cases} \frac{q}{q+r} & \text{für } i = 0 \\ \frac{1}{q+r} & \text{für } i = 1, \ldots, r. \end{cases}$$

3. Zu welchen Anteil der Zeit wird die Person naß?

Aufgabe 2 Finanzamt (10 Punkte)

Auf dem Schreibtisch eines Finanzbeamten treffen Einkommenssteuererklärungen zur Bearbeitung ein, wobei er zwischen einfachen „Standarderklärungen“ und komplizierten „Sonderfallerklärungen“ unterscheidet. Die komplizierten Formulare treffen mit Wahrscheinlichkeit p ein. Wenn zwei komplizierte Anträge hintereinander eintreffen ist der Beamte sofort überarbeitet und braucht zwei Wochen Urlaub. Wie viele Formulare bearbeitet der Beamte im Mittel, bis er in Urlaub geht?

Aufgabe 3 Gewinnwahrscheinlichkeit (15 Punkte)

Nehmen wir an, daß ein Spieler jedes mal da er an einem Spiel teilnimmt mit Wahrscheinlichkeit p einen Euro gewinnt und mit Wahrscheinlickeit $q = 1 - p$ einen Euro verliert. Er spielt solange weiter, bis er entweder n gewonnen oder m verloren hat. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß er als Gewinner aus dem Spiel hervor geht?

Übungsleitung

Alexander Offtermatt-Souza
Raum: MI 03.09.037 – Telefon: 289-17742 – eMail: offterma@in.tum.de