Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Angelika Steger
Martin Marciniszyn
Alexander Offtermatt-Souza
Jan Remy

Sommersemester 2003
Übungsblatt 01

Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1 (Jobs und Prozessoren)

Gegeben seien ein Parallelrechner mit fünf unterscheidbaren Prozessoren $P_1, P_2, \ldots, P_5$ und drei voneinander nicht unterscheidbare Jobs.

(a) Wieviele Möglichkeiten gibt es, diese Jobs auf die einzelnen Prozessoren zu verteilen, wenn jedem Prozessor höchstens ein Job zugeteilt werden darf?

(b) Wieviele Möglichkeiten gibt es dafür, dass die Prozessoren P_1, P_2, P_3 genau zwei und P_4, P_5 den verbleibenden Job bekommen?

(c) Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, mit der das in (b) beschriebene Ereignis bei einer zufälligen Verteilung der Jobs[1] eintritt?

Aufgabe 2 (Coupon-Collector-Problem)

Es sind k Abziehbilder in Haselnusstafeln versteckt, wobei jedes Bild mit gleicher Wahrscheinlichkeit versteckt ist[2]. Wenn Sie n Haselnusstafeln kaufen, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass Sie alle Bildchen bekommen?

Aufgabe 3 (Urnen)

Gegeben sind zwei Urnen U_1 und U_2. In U_1 sind zwei weiße und sieben schwarze Kugeln; in U_2 sind fünf weiße und sechs schwarze Kugeln. Wir werfen eine faire Münze[3] und ziehen bei Kopf eine Kugel aus U_1 und bei Zahl eine aus U_2. Wie hoch ist die *bedingte* Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis des Münzwurfs Kopf war unter der Bedingung, dass eine weiße Kugel gezogen wurde.

Aufgabe 4 (Lotto)

Wir betrachten ein einfaches Lottospiel, bei dem 6 aus 49 Zahlen (ohne Zusatzzahl) gezogen werden. Berechnen Sie eine (möglichst gute) Schranke für die minimale Anzahl von Ziehungen bis mit Wahrscheinlichkeit mindestens $^1/_2$ ein Ziehungsergebnis doppelt auftritt. Wie vielen Jahren entspricht dies, wenn jede Woche zwei Ziehungen stattfinden?

[1] Wenn nichts anderes gesagt wird, meinen wir mit einer zufälligen Verteilung der Jobs, dass alle Job-Prozessor-Zuweisungen gleichwahrscheinlich sind.

[2] In Wirklichkeit sind natürlich einige Bildchern seltener versteckt, um mehr zu verkaufen.

[3] Das heißt, dass die Wahrscheinlichkeiten für Kopf und Zahl gleich sind.