Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Angelika Steger
Martin Marciniszyn
Alexander Offtermatt-Souza
Jan Remy

Sommersemester 2003
Übungsblatt 02

Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1 (Royal Flush)

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Royal Flush beim Poker (Spiel mit 52 Karten, 5 davon werden ausgeteilt, Royal Flush bedeutet 10, B, D, K, A von einer Farbe)? Wie verändert sich die Wahrscheinlichkeit, wenn die letzte Karte offen ausgeteilt wird und es sich dabei um das Herz-Ass handelt?

Aufgabe 2 (Gezinkte Münzen)

Seien drei gezinkte Münzen gegeben (Ergebnis Kopf K oder Zahl Z). Die Wahrscheinlichkeiten für Kopf seien ${}^1/_3$, ${}^2/_3$ und 1. Wir werfen eine zufällig gewählte Münze zweimal. M_k bezeichne das Ereignis, dass die k-te Münze gewählt wurde. K_j bezeichne das Ereignis, dass im j-ten Wurf Kopf fällt. Berechnen Sie $\Pr[M_k \mid K_1]$ für $k = 1, 2, 3$ sowie $\Pr[K_2 \mid K_1]$.

Aufgabe 3 (Prozessoren und Speicherzellen)

In einem Parallelrechner mit n Prozessoren und n Speicherzellen sende jeder Prozessor gleichzeitig eine Anfrage unabhängig und gleichverteilt an eine Speicherzelle. Jede Speicherzelle kann genau eine Anfrage bedienen. Falls eine Speicherzelle von mehr als einem Prozessor gleichzeitig angefragt wird, so wird keine der Anfragen beantwortet. Sei X die Anzahl der Prozessoren, die ihre Anfrage beantwortet bekommen.
Berechnen Sie $\mathbb{E}[X]$ und

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\mathbb{E}[X]}{n}.$$

Aufgabe 4 (Ziehen mit und ohne Zurücklegen)

Aus einer Urne mit den Kugeln $1, \ldots, n$ werden k Kugeln gezogen. Die Summe der gezogenen Zahlen wird mit S bezeichnet.

(a) *Ziehen mit Zurücklegen.* Berechnen Sie $\mathbb{E}[S]$ und $\mathrm{Var}[S]$, wenn die k Kugeln *mit* Zurücklegen[1] gezogen werden.

(b) *Ziehen ohne Zurücklegen.* Berechnen Sie $\mathbb{E}[S]$ und $\mathrm{Var}[S]$, wenn die k Kugeln *ohne* Zurücklegen[2] gezogen werden.

[1] Nach dem Ziehen einer Kugel wird diese wieder in die Urne gelegt.
[2] Nach dem Ziehen einer Kugel wird diese *nicht* wieder in die Urne gelegt.