Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Angelika Steger
Martin Marciniszyn
Alexander Offtermatt-Souza
Jan Remy

Sommersemester 2003
Übungsblatt 07

Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1 (Messfehler)

Eine Laufzeitmessung wird n-mal durchgeführt. Bei der i-ten Messung tritt ein Meßfehler von ξ_i ns auf, wobei ξ_i gleichverteilt über $[-1, 1]$ ist.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Mittelwert aller n Messungen um nicht mehr als δ ns vom exakten Wert abweicht? Dabei sei $\delta < 1$.

b) Wieviele Messungen sind nötig, damit der ermittelt Wert nur mit Wahrscheinlichkeit 0.95 um 0.2 ns vom eigentlichen Wert abweicht?

Aufgabe 2 (log-Normalverteilung)

Seien $X_1, ..., X_n$ unabhängig identisch verteilte Zufallsvariablen mit beschränktem Wertebereich $[a, b]$ für $0 < a < b$. Zeigen Sie mit dem Zentralen Grenzwertsatz, dass das Produkt $\prod_{i=1}^{n} X_i$ für $n \to \infty$ log-normalverteilt ist.

Aufgabe 3 (Schätzvariablen)

Seien $X_1, ..., X_n$ unabhängige Stichproben von Werten einer Zufallsvariable X. Wir wollen $\mathbb{E}[X]$ mit $Y := \sum_{i=1}^{n} \lambda_i X_i$ abschätzen.

a) Zeigen Sie, dass Y ein erwartungstreuer Schätzer ist, falls $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$.

b) Warum besitzt dieser Schätzer die höchste Effizienz, falls $\lambda_1 = ... = \lambda_n = \frac{1}{n}$?

Aufgabe 4 (ML-Schätzer)

Seien $X_1, ..., X_n$ Stichproben einer Zufallsvariablen $X \sim \mathrm{Po}(\lambda)$ mit unbekanntem λ. Berechnen Sie einen ML-Schätzer für λ.