Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 2003
Übungsblatt 2
23.April 2003

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

(Abgabetermin: Mittwoch, den 30.April 2003, vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Wir nennen einen Fluss f *gerade*, falls $f(a)$ für alle $a \in A$ gerade ist. Analog heisst ein Fluss f *ungerade*, falls $f(a)$ für alle $a \in A$ ungerade ist.
Beweisen oder widerlegen Sie:
a) Sind alle Kapazitäten $c(a)$ gerade, dann gibt es einen maximalen Fluss, der gerade ist.
b) Sind alle Kapazitäten $c(a)$ ungerade, dann gibt es einen maximalen Fluss, der ungerade ist.

Aufgabe 2

Sei $G = (V, E)$ ein 0-1-Netzwerk vom Typ 2 mit Kapazitätsfunktion $c : E \to \mathbb{R}^+$ und Flussfunktion $f : E \to \mathbb{R}^+$. Sei weiterhin M der Wert eines maximalen Flusses für (G, c). Dann ist die Länge l des geschichteten Netzwerks für (G, c) und $f \equiv 0$

$$\leq \frac{V-2}{M} + 1.$$

Aufgabe 3

Sei $G = (V, E)$ ein Netzwerk mit Kapazitätsfunktion $c : E \to \mathbb{R}^+$, Flussfunktion $f : E \to \mathbb{R}^+$ und unterer Schranke für den Fluss $b : E \to \mathbb{R}^+$. Die Kapazität eines Schnittes $(S, \bar{S})$ von G sei definiert als

$$C_{S,\bar{S}} := \sum_{e \in E_{S,\bar{S}}} c(e) - \sum_{e \in E_{\bar{S},S}} b(e).$$

Zeigen Sie, daß mit dieser Definition das “Max-Flow-Min-Cut” Theorem gilt.

Aufgabe 4

Beschreiben Sie einen effizienten Algorithmus, der den maximalen Fluss auf ungerichteten Graphen berechnet.