Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

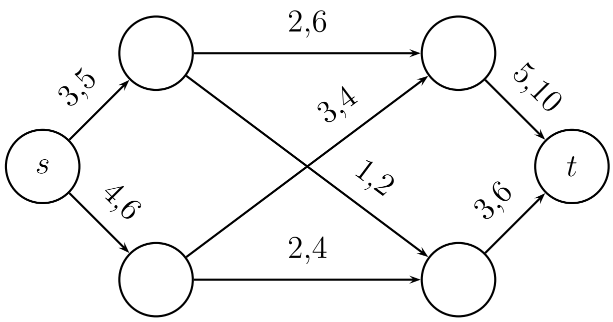
SS 2003
Übungsblatt 3
30.April 2003

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

(Abgabetermin: Mittwoch, den 7.May 2003, vor der Vorlesung)

Aufgabe 1

Sei das folgende Netzwerk gegeben:



Die an den Kanten angegebenen Zahlen stellen die Kapazitätsschranken b und c dar.

1. Bestimmen Sie den maximalen und den minimalen Fluß von s nach t.
2. Ändern Sie die Kapazität der oberen Kante nach t von 5,10 zu 9,12. Gibt es nun noch einen legalen Fluß?

Aufgabe 2

Sei (G, s, t, c) ein Flußproblem mit gerichtetem Netzwerk $G = (V, E)$ und Kapazität $c : E \to \mathbb{R}^+$. Zeigen Sie, daß sich jeder Fluß $f : E \to \mathbb{R}^+$ für (G, s, t, c) in eine endliche Menge $\mathcal{F}$ von Flüssen entlang einfacher Pfade von s nach t sowie entlang einfacher Kreise in G zerlegen läßt, d.h. $\sum_{f' \in \mathcal{F}} f'(e) = f(e)$ für alle Kanten $e \in E$.

Aufgabe 3

Sei $G = (V, E)$ ein 0-1-Netzwerk vom Typ 1, und sei f ein Fluß in G. Zeigen Sie: Im Residuennetzwerk $\tilde{G}$ zu G und f können gleichorientierte parallele Kanten mit Vielfachheit höchstens 2 auftreten ($\tilde{G}$ ist also "fast" wieder vom Typ 1!). Welche Abschätzung ergibt sich daraus für die Länge des geschichteten Netzwerkes für G und f?

Aufgabe 4

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Kantenmenge T heißt *u-v-Kantenseparator*, wenn jeder Pfad in G von u nach v mindestens eine Kante in T benützt. Sei $M(u, v)$ die minimale Kardinalität eines u-v-Kantenseparators. Sei weiterhin $p(u, v)$ die maximale Anzahl kantendisjunkter Pfade, die u und v verbinden. Zeigen Sie durch Reduktion auf ein Flußproblem in einem geeignet definierten Hilfsgraphen, daß $M(u, v) = p(u, v)$ ist. Der *Kantenzusammenhang* c von G werde als $c := \min_{u,v \in V} M(u, v)$ definiert. Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus zur Berechnung von c an.

Tips: *Da der Übungstermin morgen ausfällt, findet ihr Tips zum Lösen der Aufgaben auf der Webseite.*