Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 2003
Übungsblatt 4
7.Mai 2003

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

(Abgabetermin: Donnerstag, den 15.May 2003, vor der Übungsstunde)

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die folgenden drei Bedingungen für ungerichtete Graphen $G = (V, E)$ äquivalent sind:

1. G ist zweifach knotenzusammenhängend.
2. Zu je drei Knoten x, y und z von G gibt es einen einfachen Weg zwischen x und y, der z enthält.
3. Zu je drei Knoten x, y und z von G gibt es einen einfachen Weg zwischen x und y, der z *nicht* enthält.

Aufgabe 2

Sei $n \in \mathbb{N}$ und seien i und o zwei Funktionen von $\{1, \ldots, n\}$ nach $\mathbb{N}_0$. Wir betrachten die Frage, ob es einen Digraphen $G = (V, A)$ gibt mit $V = \{1, \ldots, n\}$, so dass für jeden Knoten $v \in V$ gilt, dass sein Eingangsgrad in G gleich $i(v)$ und sein Ausgangsgrad gleich $o(v)$ ist. Zeigen Sie, wie sich dieses Problem durch Reduktion auf ein Flussproblem lösen lässt.

Aufgabe 3

k Familien F_i, $i = 1, \ldots, k$ der Größe $m(i)$ treffen sich in einem Restaurant zum Dinner. Sie wollen so an l Tischen T_j, $j = 1, \ldots, l$ der Größe $n(j)$ Platz nehmen, dass keine zwei Mitglieder ein und derselben Familie am gleichen Tisch sitzen. Zeigen Sie, wie, falls sie existiert, eine solche Sitzordnung durch die Lösung eines Flussproblems gefunden werden kann.

Aufgabe 4

Sei $G = (V, A, c, b)$ ein Flussnetzwerk mit oberen (c) und unteren (b) Schranken, $s, t \in V$.

1. Zeigen Sie, wie ein *minimaler* Fluss von s nach t durch (gegebenenfalls mehrmalige) Anwendung eines Algorithmus für das Maximale-Fluss-Problem gefunden werden kann.
2. Definieren Sie für einen Schnitt ($S, \bar{S}$ mit $s \in S$ und $t \in \bar{S}$) analog zur Kapazität die Schwelle $b(S, \bar{S})$ des Schnitts, so dass der minimale Fluss von s nach t gleich der maximalen Schwelle eines s und t trennenden Schnitts ist.