Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2003/04
Übungsblatt 12
30. Januar 2004

Diskrete Strukturen I

Abgabe bis Donnerstag, 5. Februar 2004, 12:15 Uhr (in Stellordner vor Raum 03.09.052)

Aufgabe 1

(a) Berechnen Sie für den folgenden Baum den entsprechenden Prüfer-Code!
Der Baum mit den Knotenmarkierungen $1 \dots 12$ soll folgende Kanten enthalten:
(1,6),(1,8),(1,9),(1,11),(2,10),(3,10),(3,11),(4,11),(5,11),(7,10),(7,12)

(b) Geben Sie zum folgenden Prüfer-Code den entsprechenden Baum mit 10 Knoten an: 6,9,9,2,10,6,3,2. Protokollieren Sie dabei auch die einzelnen Schritte des Lösungswegs.

Aufgabe 2

Sei $M = (S, U)$ ein Matroid. Zeigen Sie:

(a) Sind B_1 und B_2 zwei Basen von M, so gilt $|B_1| = |B_2|$.

(b) Sind B_1 und B_2 zwei Basen von M und ist $T_1 \subseteq B_1$, dann gibt es $T_2 \subseteq B_2$, so dass $|T_2| = |T_1|$ und $(B_1 \setminus T_1) \cup T_2$ eine Basis ist. (D.h. zu jeder Teilmenge T_1 einer Basis B_1 gibt es eine gleichgroße Teilmenge T_2 einer Basis B_2, so dass T_1 gegen T_2 ausgetauscht werden kann, ohne dass die Basiseigenschaft verloren geht.)

Aufgabe 3

Sei T ein Baum mit n Knoten, wobei $n \geq 2$. Für jede natürliche Zahl i bezeichne p_i die Anzahl der Knoten vom Grad i in T.
Beweisen Sie, dass gilt

$$p_1 - p_3 - 2p_4 - \ldots - (n-3)p_{n-1} = 2$$

Aufgabe 4

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph und sei w eine Funktion, die für jede Kante $e \in E$ ein Gewicht $w(e)$ festlegt. Beweisen Sie, dass es nur einen (also eindeutigen) minimalen Spannbaum gibt, wenn w eine *injektive* Funktion ist!