Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Moritz Maaß/Stefan Eckhardt

Wintersemester 2003/04
Übungsblatt 11
30. Januar 2004

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 06.02.2004 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1

Sei T der Spannbaum, der aus einer DFS-Traversierung eines ungerichteten, zusammenhängenden Graphens G entstanden ist. Sei T ferner am Startknoten der DFS gewurzelt. Zeigen Sie, dass für jede Kante $\{u, v\}$ aus G, die nicht in T ist, gilt: Entweder ist u Vorfahre von v oder umgekehrt.

Aufgabe 2

Sei $\{G_n\}$ eine Famile von Graphen $G_n = (V_n, E_n)$ mit $n = ||V||$ Knoten und der Eigenschaft, dass es in G_n einen DFS-Baum der Höhe $h(n)$ gibt (d.h. eine DFS mit einem bestimmten Startknoten, die an jedem besuchten Knoten die Kanten in einer geeigneten Reihenfolge besucht). Zeigen Sie, dass G_n höchstens $O(nh(n))$ Kanten haben kann und geben Sie eine konkrete Familie an, die zeigt, dass die Schranke scharf ist.

Aufgabe 3

Eine *unabhängige Knotenmenge* („Independent Set“) eines Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge I von V, so dass für alle $u, v \in I$ gilt $\{u, v\} \notin E$. I ist *maximal* genau dann, wenn es keinen Knoten $v \in V \setminus I$ gibt, so dass $I \cup \{v\}$ eine unabhängige Knotenmenge ist. Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der eine maximale unabhängige Knotenmenge berechnet. Welche Laufzeit hat der Algorithmus?