Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Moritz Maaß

Wintersemester 2003/04
Übungsblatt 2
14. November 2003

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 21.11.2003 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1

Analysieren Sie die Laufzeit für dynamische Felder mit multiplikativer Vergrößerungsstrategie mittels der Potenzial-Methode der amortisierten Analyse. Definieren Sie dafür explizit ein Potenzial.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie eine obere Schranke für die amortisierte Laufzeit der Einzeloperationen in einer Folge von n Operationen $P = p_1 p_2 \cdots p_n$, wobei für die Laufzeit t_i von p_i gilt:

$$t_i = \begin{cases} \Theta(i) & \text{, falls } i = f(k) \text{ für ein } k \in \mathbb{N}, \\ O(1) & \text{, sonst.} \end{cases}$$

Dabei sei $f(x)$ eine streng monoton steigende Funktion. Was ergibt sich für $f(x) = x^2$ und für $f(k) = p_k$, wobei p_k die k-te Primzahl ist?
(Hinweis: Verwenden Sie den Primzahlsatz.)

Aufgabe 3

Gegeben sei nebenstehendes Programm, das prüft, ob ein Array sortiert ist. (O.B.d.A. enthält $a[]$ keine gleichen Elemente.) Wie sind die Best-Case, die Worst-Case und Average-Case Laufzeiten (im uniformen Kostenmodell)? Beweisen Sie Ihre Antworten.

```
Input: Array a[1,...,n]
i := 2;
while i≤n and a[i−1]≤a[i] do
  i := i + 1;
if  i > n then
  return "sortiert!";
else
  return "nicht sortiert!";
```

Aufgabe 4

Gegeben sei nebenstehendes randomisiertes Programm, dass prüft, ob ein Array sortiert ist. (O.B.d.A. enthält $a[]$ keine gleichen Elemente.) Wie würden Sie M wählen, so dass der Algorithmus eine garantierte Fehlerwahrscheinlichkeit von höchstens $\epsilon = 10^{-10}$ aufweist? Begründen Sie Ihre Wahl. Wie ist die Laufzeit?

```
Input: Array a[1,...,n]
for i:=1 to M do
  random r in {2,...,n};
  if a[r − 1] > a[r] then
    return "nicht sortiert!";
return "sortiert!";
```