Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Moritz Maaß/Stefan Eckhardt

Wintersemester 2003/04
Übungsblatt 4
28. November 2003

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 5.12.2003 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1

Gegeben sei ein echter Binärbaum T. Der **Balancierungsfaktor** eines inneren Knoten v ist die Differenz der Höhen des linken und rechten Teilbaumes von v. Zeigen Sie, wie man den Algorithmus **EulerTour**, der die Eulertour durch den Baum T berechnet, verändern muss, um die Balancierungsfaktoren aller inneren Knoten zu berechnen.

Aufgabe 2

(a) Sei T ein Binärbaum. Die **Pfadlänge** von T ist die Summe aller Knotentiefen d_v der Knoten in T, wobei die Knotentiefe von v die Länge des Pfades (r, v) ist und $d_r = 0$ gilt. Geben Sie einen **linearen** Algorithmus zur Berechnung der Pfadlänge von T an.

(b) Die **interne Pfadlänge** $I(T)$ von T ist die Summe der Tiefen aller inneren Knoten von T. Die **externe Pfadlänge** $E(T)$ von T ist die Summe aller Tiefen aller externen Knoten (Blätter) von T. Zeigen Sie, dass für einen echten Binärbaum auf n inneren Knoten gilt

$$E(T) = I(T) + 2n.$$

Aufgabe 3

Gegeben sei ein Heap H. Zeigen Sie, dass jeder Algorithmus, der das k-kleinste Element (das k-kleinste Element ist das Element an Position k in der sortierten Liste aller Elemente im Heap) findet mindestens Laufzeit $\Omega(k)$ hat.

Aufgabe 4

Gegeben sei ein Hash-Tabelle mit Offener Adressierung und Füllgrad α. Geben die den (ungefähren) Wert für α (nicht 0!) an, für den der Erwartungswert für die Anzahl von Sondierungsschritten bei einer erfolglosen Suche doppel so groß ist, wie Erwartungswert für die Anzahl Sondierungsschritte bei erfolgreicher Suche. Benutzen Sie die Schranken aus der Vorlesung.