Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Moritz Maaß/Stefan Eckhardt

Wintersemester 2003/04
Übungsblatt 8
9. Januar 2004

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 16.01.2004 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1

Der Algorithmus **Merge(A,B)** führt zwei sortierte Folgen zu einer sortierten Folge zusammen.

```
MERGE(A, B):
a = length(A);
b = length(B);
i = 0;
j = 0;
while i + j < a + b do
   if A[i] ≤ B[j] then
      C[i + j] = A[i];
      i = i + 1;
   else
      C[i + j] = B[j];
      j = j + 1;
return(C);
```

(a) Variieren Sie den Algorithmus **Merge(A,B)** so, dass er für zwei sortierte Folgen A und B mit Aufwand $O(|A|+|B|)$ testet, ob die Folgen die gleichen Elemente enthalten ($A = B$).

(b) Variieren Sie den Algorithmus **Merge(A,B)** so, dass er für zwei sortierte Folgen A und B eine Folge $C = A \oplus B$ berechnet (C soll also alle Elemente enthalten, die entweder in A, oder in B, nicht aber in beiden Folgen vorkommen).

Aufgabe 2

Definition 1 *Ein Sortierverfahren heißt* **stabil**, *wenn Elemente mit gleichem Schlüssel ihre ursprüngliche Reihenfolge beibehalten, d.h. wenn für ein Folge von zu sortierenden Schlüsseln* $(k_1, \ldots, k_n)$ *für alle* $i < j$ *mit* $k_i = k_j$ *gilt dass* $\pi(i) < \pi(j)$, *wobei* π *die durch das Sortierverfahren berechnete Permutation ist.*

Zeigen Sie, dass ein beliebiges vergleichsbasiertes Sortierverfahren stabil gemacht werden kann, ohne die asymptotische Laufzeit zu beeinflussen.

Aufgabe 3

Wir wollen das Ergebnis einer Wahl effizient bestimmen. Die Anzahl der Kandidaten ist nicht bekannt und ein Kandidat ist über eine Identifikationsnummer wählbar. Sei $S = \{s_1, \ldots, s_n\}$ eine Folge von natürlichen Zahlen, genannt Stimmen. Dabei bedeutet $s_i = a$, dass die $i$te Stimme den Kandidaten mit der Identifikationsnummer a wählt. Nach Auszählung aller Stimmen in S gewinnt der Kandidat mit der Identifikationsnummer, die am häufigsten gewählt wurde. Geben Sie ein Verfahren an, dass ohne weitere Annahmen zu machen, den Sieger der durch S repräsentierten Wahl in $O(n \log(n))$ Schritten bestimmt.

Aufgabe 4

Wir betrachten nochmal das vorherige Wahlproblem und nehmen jetzt an, dass die Zahl k ($k < n$) der Kandidaten zu Beginn der Wahl bekannt ist. Geben Sie ein Verfahren an, dass den Sieger der Wahl in $O(n \log(k))$ Schritten bestimmt.